

Systemes de coordonnees – Systemes de Réference

**Claude Boucher
CGPC**

Plan de l'exposé

- 0: introduction
- 1: modèle physique
- 2: modèle d'estimation
- 3: système de référence terrestre
- 4: systèmes de coordonnées utilisés en géodésie

0) Remarques introductives

- Présentation ciblée sur la Géodésie, infrastructure du système Terre (versus Astrométrie ou Mécanique spatiale)
- Esquisse générale des deux concepts:
 - Systèmes de coordonnées
 - Systèmes de référence

0) Système de coordonnées

- Concept général de *système local de coordonnées* défini en Géométrie différentielle
- Inventaire des principaux systèmes de coordonnées utilisés en Géodésie

0) Système de référence

- **Système de Référence Géodésique** : au sens général, système de référence utilisé en Géodésie.
- On entend par *Systeme de Référence* (SR) un ensemble d'informations dont le choix est nécessaire pour pouvoir déterminer numériquement un type de quantités, en plus des mesures physiques adéquates.
- Le type (astronomique, gravimétrique, vertical..) permet de préciser le SR: par ex. SR Vertical

0) Cadre général

- Modèle physique
 - Physique newtonienne
 - Physique relativiste
- Modèle d'estimation

1) Modèle physique

- Modèle physique newtonien
 - Espace affine euclidien
 - Mécanique des milieux continus
- Modèle physique relativiste
 - Cadre classique de la Relativité Générale
 - Cadre PPN

1) Espace affine euclidien

- Cas de dimension 3
- Repère affine:
 - Origine O
 - Base $E = (E_i)_{i=1,3}$
- Système de coordonnées cartésiennes associé à un repère:
 - $X = (X_i)_{i=1,3}$
- Cas particuliers de repères:
 - Orthogonal
 - Orthogonal de même norme
 - orthonormé
- Autres systèmes de coordonnées associés à un repère orthonormé
 - Cylindrique
 - Sphérique
 - Géographique
 -

1) Mécanique des milieux continus

- Cadre newtonien
- Descriptions lagrangiennes et euleriennes du mouvement d'un système déformable

– P |-----o coordonnées x dans un SRE donné

$$x = X(t, x_0)$$

- X_0 lagrangienne
- X eulérienne

- 1) Cadre relativiste

Espace-temps:

Variété V pseudo-riemannienne de dimension 4

Système Local de Coordonnées (SLC):

Carte de V :

$$P \mapsto x^\alpha = (x^0, x^1, x^2, x^3)$$

$$x^0 = ct, \bar{x} = (x^i)$$

t temps-coordonnée

X coordonnées spatiales

Repère (mobile si paramétré par λ):

$$(P, e_\alpha)$$

P évènement et $(e_\alpha)_{\alpha=(0,1,2,3)}$ base de l'espace tangent à V en

$$P, T_P(V)$$

$$e_\alpha \cdot e_\beta = \eta_{\alpha\beta}$$

1)

Métrie

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = -c^2 d\tau^2$$

τ temps propre

La limite newtonienne

Définir un premier ordre de petitesse O_1

Système de coordonnées (SC) quasi-cartésien:

$$g = \eta + O_1$$

SC Post-newtonien

Cas de champs faibles et vitesse lente.

Dans le Système Solaire

$$O_1 = 10^{-2.5}$$
$$\frac{U}{c^2} \approx \left(\frac{v}{c}\right)^2 \approx O_2$$

1) Cadre PPN

Applicable aux Théories métriques

Classe de SC dits PPN:

-quasi-cartésiens et globalement Lorentziens

-métrique exprimée en fonctions de potentiels, de 10 paramètres PPN et d'un vecteur w

$$(\beta, \gamma, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4, \xi)$$

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}$$

$$h_{00} = g_{00}^{(2)} + g_{00}^{(4)} + O_6$$

$$h_{0i} = g_{0i}^{(3)} + O_5$$

$$h_{ij} = g_{ij}^{(2)} + O_4$$

$$g_{00}^{(2)} = 2 \frac{U}{c^2}$$

$$g_{ij}^{(2)} = 2\gamma \frac{U}{c^2} \delta_{ij}$$

$$g_{0i}^{(3)} = -\frac{1}{2} (4\gamma + 3 + \alpha_1 - \alpha_2 + \zeta_i - 2\xi) \frac{V_i}{c^3}$$

$$-\frac{1}{2} (1 + \alpha_2 - \zeta_1 + 2\xi) \frac{W_i}{c^3}$$

Ces coordonnées sont isotropes et standard (condition de jauge standard)

1) Cadre de la Relativité Générale

- g solution des equations d'Einstein

- Entre dans le cadre PPN avec
– $(1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$

1) Système de référence d'espace

- Modèle commun
 - Repère affine (O,E) et coordonnées cartésiennes associées X_i
 - Partie spatiale (x^i) d'un SC quasi-cartésien, assimilable à X_i
 - Partie spatiale du repère mobile associé au SC, prise à l'origine (0,0,0,0)
 - Evènement (x^α)
 - Base $e_\alpha = \partial x^\alpha$

2) Modèle d'estimation

- Traduction du modèle physique dans le modèle d'estimation
- Équations d'observation:
 - Mesures (ou information connue)
 - Paramètres recherchés (coordonnées, paramètres de champ...)
 - Paramètres auxiliaires
- Choix du modèle d'estimation
 - Moindres carrés
 - Filtre
 - Assimilation
- Une solution numérique donnée est dépendante
 - Des données de mesure utilisées
 - Du logiciel utilisé
 - Des options particulières appliquées (paramètres estimés, contraintes...)

2)

- Le choix d'un SRE dans le modèle physique se traduit par la réalisation dans le modèle d'estimation
 - Origine
 - Orientation
 - Échelle
 - Évolution en fonction du temps

3) Système de Référence Terrestre (SRT)

- Un *Système de Référence Terrestre (SRT)* (en anglais,, *Terrestrial Reference System (TRS)*) est un système de référence d'espace co-mobile avec la Terre dans son mouvement diurne dans l'espace.
- Dans un système de coordonnées cartésiennes associé à un tel système, le mouvement d'un point physique est représenté par ses coordonnées, fonctions du temps.
- Les coordonnées d'un point fixé à la surface terrestre sont quasi-constantes, soumises seulement à de petites variations, de nature essentiellement géophysique (marées, surcharges, tectonique...).

3)

- La modélisation physique d'un SRT est assurée par un repère mobile tridimensionnel.
 - Dans le cadre newtonien classique, ce sera un repère affine euclidien, orthogonal et direct (O, E).
 - le point O représente l'origine du SRT
 - la base E son orientation
 - et son échelle λ , les vecteurs de base étant supposés de même norme :
- $$\|E_i\| = \lambda$$
- Dans le cadre relativiste, le SRT sera la partie spatiale d'un repère local cartésien, comme vu précédemment

3) Types de SRT

- Topocentriques
 - Origine proche de la surface topographique
 - Orientation locale (horizontal/vertical)
 - Utilisation: topométrie, génie civil...
- Géocentriques
 - Strictement géocentriques
 - Origine: centre de masse de la Terre
 - Orientation équatoriale
 - GTRS adopté par l'UAI et l'UGGI
 - ITRS
 - Quasi-géocentriques
 - Origine: proche du centre de masse de la Terre
 - Orientation équatoriale
 - Issu des techniques de géodésie terrestre (point fondamental)
 - Utilisation : géodésie, cartographie, information géographique...

3) GTRS

- “System of geocentric spacetime coordinates from General Relativity, related to GCRS by a spatial rotation which takes into account the Earth orientation Parameters, and co-rotating with the Earth”
- Défini par l’UAI et adopté par l’UGGI

3) ITRS

- International Terrestrial Reference System
- GTRS spécifique
- Définition formalisée par l'AIG via une résolution de l'UGGI à Perugia en 2007
- Réalisation primaire de l'ITRS confiée à l'IERS: ITRF

3) Résolution UGGI

- Endorses the definition of a **Geocentric Terrestrial Reference System (GTRS)** as a system of geocentric space-time coordinates within the framework of General Relativity, co-rotating with the Earth and related to Geocentric Celestial Reference System by a spatial rotation which takes into account the Earth orientation Parameters, in agreement with the IAU resolution B1.3 2000,
- Endorses the definition of the **International Terrestrial Reference System (ITRS)** as the specific GTRS for which the orientation is operationally maintained in continuity with past international agreements (so-called BIH orientation)
- Furthermore adopts the ITRS as preferred system for any scientific application and urges other communities such as geo-information, or navigation to do the same.

3) Concepts associés aux SRT

- SRT Conventionnel (CTRS)
- Repère de Référence Terrestre (TRF)
- Repère de Référence Terrestre Conventionnel (CTRF)

3) SRT Conventionnel (CTRS)

- Conventions et données auxiliaires (constantes numériques, algorithmes) qui permettent d'identifier un SRT particulier et d'en produire des réalisations.
- Exemples:
 - ITRS
 - Datum d'un système géodésique classique (ellipsoïde, point fondamental)

3) Repère de Référence Terrestre Conventionnel (CTRF)

- Un *Repère de Référence Terrestre Conventionnel (RRTC)* (en anglais *Conventional Terrestrial Reference Frame (CTRF)*) est la donnée d'un ensemble de points associés à leurs coordonnées, considérées sous diverses formes par rapport au temps (positions instantanées ou moyennes, positions et vitesses, série temporelle...) ,et dans un système de coordonnées associé au SRT qu'il s'agit de réaliser par ce repère.
- Deux types de tels repères sont essentiellement utilisés :
 - - en approche cinématique, des réseaux de points situés sur la surface topographique, soit instruments (géodésie spatiale, gravimètres, marégraphes...), soit repères géodésiques
 - - en approche dynamique, des éphémérides de satellites artificiels terrestres, notamment de navigation (GPS...)
- Par ailleurs, les RRTC cinématiques constitués de points de la surface topographique terrestre sont explicitement désignés par l'expression de RRTC *crustal* , en anglais *crust-based* CTRF dans les Conventions IERS (2003). (IERS, 2004)

3)

- De nombreuses solutions de RRTC sont envisageables:
 - Solutions individuelles de Géodésie spatiale (GPS, VLBI...)
 - Opérationnelles
 - Analyse globale
 - Solutions combinées par technique (IGS, ILRS...)
 - Solutions combinées ITRF
 - Solutions individuelles multi-techniques
- Limite de définition d'un RRTC par rapport à un jeu de coordonnées
 - Solution primaire/ densification
 - Solution globale/régionale

3) Repère de Référence Terrestre (TRF)

- Un RRT est l'information relative à l'estimation numérique de l'origine, l'orientation et l'échelle du repère considéré, ainsi que de leurs variations temporelles. C'est donc la réalisation numérique directe du SRT.
- Deux aspects:
 - Information sous-jacente d'un CTRF
 - Formule de transformation (similitude)

3) TRF versus CTRF

- Jeux de coordonnées versus formule de transformation
- Effet de réseau
- Problème des identificateurs (ITRF2005, ETRF2000...)

4) Systèmes de coordonnées utilisés en Géodésie

- Données de base:
 - ST: SRT
 - UA: unité angulaire
 - ° ‘ ”
 - Grade
 - Radian
 - ...
 - UL: unité de longueur
 - EG: ellipsoïde géodésique (Clarke 1880, GRS80..)
 - MO: méridien origine (Greenwich, Paris...)
 - PC: projection cartographique

4)

- Systèmes de coordonnées:
 - Cartésiennes (ST, UL)
 - Cylindriques (ST, UL, UA)
 - Sphériques (ST, UA)
 - Ellipsoïdales (ST, EG, UA, UL)
 - Géographiques (ST, EG, MO, UA, UL)
 - Cartographiques (ST, EG, MO, PC, UL)
- Normalisation en information géographique
 - Codes RIG de l'IGN
 - ISO 19111 Spatial referencing by coordinates
 - INSPIRE