

Théorie du Mouvement Orbital Moyen : l'outil Informatique CODIOR Sept. 2002

Pierre EXERTIER, Florent DELEFLIE,
Gilles MÉTRIS

Observatoire de la Côte d'Azur (CERGA/URA6527), av. Copernic, F-06130 Grasse

5 février 2003

Résumé

La théorie semi-analytique des mouvements orbitaux fondée sur la notion de filtrage a démarré grâce à l'idée, déjà ancienne, d'appliquer une méthode de moyennisation analytique à l'analyse des perturbations d'orbites de satellites [Borderies, 1976]. L'intérêt et l'originalité de cette méthode résident dans le fait qu'elle décrit, à partir d'un modèle d'évolution spécifique, le mouvement orbital moyen sur une très grande période de temps, typiquement de l'ordre de 15 à 20 ans et même plus. Les effets à courtes périodes de temps étant éliminés, cela permet d'augmenter fortement la sensibilité du mouvement orbital moyen observé à des forces très faibles que l'on veut étudier et qui agissent de manière séculaire ou à longue période.

Le principe de la méthode, qui est présenté ici, est de transformer une fois pour toutes le jeu des équations du mouvement en un système dynamique moyen, par un processus analytique, voire aussi numérique dans certains cas. Le système moyen obtenu peut ensuite être intégré numériquement, avec un pas d'intégration très grand, de l'ordre de plusieurs heures. Le principal atout de la méthode est donc de pouvoir proposer l'intégration d'un mouvement orbital unique sur une période de temps très grande (plusieurs années) par rapport à ce qui se fait généralement en géodésie spatiale (arcs de quelques jours 10-20 jours).

L'application de cette méthode à l'analyse de mission est donc très pertinente. En revanche, la complexité de son développement est grande, et est liée en grande partie au choix de variables non-singulières pour les mouvements circulaires. CODIOR, est l'outil informatique d'analyse des perturbations moyennes de trajectoire que nous avons développé sur la base de ces concepts et que nous présentons ici. Une version pour l'extrapolation d'orbite en est une composante pour l'analyse de futures missions.

1 Introduction

L'objet de la dynamique orbitale, qui peut être considérée comme une branche de la Mécanique Céleste, est l'étude du mouvement des satellites artificiels : satellites de la Terre ou de tout autre Planète du système Solaire, ou encore sondes inter-planétaires. Cette spécialité trouve un intérêt majeur dans l'exploitation des missions spatiales d'observation de la Terre (ou des planètes), où la localisation précise du satellite, souvent à quelques centimètres près par rapport à un réseau de stations d'observation terrestres ou spatiales, est primordiale. Par exemple, la détermination du champ de gravité de la Terre et de ses variations temporelles, qui nécessite une large répartition spatio-temporelle de mesures, utilise les nombreuses observations de position et de vitesse acquises par les techniques spatiales depuis plus de 20 ans sur plusieurs satellites.

Le mouvement du satellite artificiel est décrit par le système des équations du mouvement, basé sur les lois de Newton, qui fait appel à l'ensemble des forces (le modèle) subies par le satellite :

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{\mu\mathbf{r}}{r^3} + \mathbf{f}_G + \mathbf{f}_{NG} \quad (1)$$

où \mathbf{r} est le vecteur géocentrique Terre-satellite, $\ddot{\mathbf{r}}$ est l'accélération et μ la constante de la gravitation.

Quelle que soit la forme sous laquelle on présente l'équation fondamentale de la dynamique ci-dessus, il s'agit d'équations différentielles que l'on veut intégrer : numériquement en règle générale. Sur de faibles périodes de temps (environ 100 révolutions, typiquement quelques jours à quelques semaines), la restitution d'orbite "classique" (ainsi nommée dans la littérature), basée sur l'utilisation de techniques numériques puissantes utilisant les coordonnées rectangulaires du satellite [Balmino and Barriot, 1990; Schutz, 1997], a énormément progressé en précision et en stabilité grâce aux capacités toujours croissantes des ordinateurs [Kovalevsky, 1989].

La technique d'analyse des perturbations d'orbites, lorsqu'elle est appliquée à des fins d'étude de la géodynamique — compréhension des mécanismes de transport de masses à l'échelle du globe, sur des échelles de temps de l'ordre de 6 mois à 18.6 ans et plus —, doit s'étendre sur le très long terme ce qui pose alors de nombreux problèmes. Aussi, de nombreuses analyses d'orbites de satellites sont-elles basées sur un cumul des résultats obtenus sur une grande série d'arcs orbitaux relativement courts et traités indépendamment (par exemple [Gegout and Cazenave, 1993]). Mais pour ce type de méthode, la limite d'interprétation est atteinte lorsque, par manque de temps d'intégration, les signatures très faibles de phénomènes très différents se confondent.

Les difficultés de réaliser un calcul d'orbite précis et unique sur une très grande période de temps par rapport à la période de révolution du satellite sont bien réelles. Sur le long terme en effet, la prédictibilité est affectée par plusieurs sources d'incertitudes qui s'ajoutent au problème de l'intégration des équations du mouvement du satellite. Mais l'intérêt de développer de telles solutions est justement de pouvoir améliorer

la modélisation des effets ou des forces résiduelles faibles à caractère séculaire, afin d'accéder ensuite, avec un bruit d'orbite moindre, aux signaux géophysiques recherchés. On peut exprimer comme suit les besoins en dynamique orbitale :

- l'utilisation de longues périodes de temps dans les analyses est capitale, compte tenu du caractère cumulatif de la plupart des effets recherchés — variations lentes, saisonnières et séculaires, du champ de gravité de la Terre comme du niveau de la surface moyenne des océans —,
- les grandes périodes auront toujours tendance à amplifier la signature des incertitudes dans le mouvement d'orbite et dans le repère de référence, ce qu'il faut, et faudra encore dans l'avenir, compenser par une modélisation plus fine ou plus complète ;
- sur de très grandes périodes de temps ($> 10\,000$ révolutions, typiquement plusieurs années), le nombre d'observations et de paramètres à gérer, en devenant très important jusqu'à plusieurs centaines de milliers, peut contrarier le développement et finalement l'application concrète d'une restitution d'orbite globale effectuée sur une période de temps pouvant atteindre 15 à 20 ans aujourd'hui.

En tant que technique, l'intégration numérique a toutefois beaucoup progressée en stabilité sur le long terme [Schutz, 1997 ; Balmino and Barriot, 1990]. Aussi, ceci a nettement favorisé le développement de solutions numériques de géodésie globale, et en particulier la détermination de constantes géodynamiques (voir les solutions obtenues par Cheng et al. [1989] et Tapley et al. [1993], à partir du programme d'analyse d'orbites UTOPIA de l'Université du Texas, respectivement pour Starlette et LAGEOS).

Mais, il n'est pas étonnant de ne voir que très peu de solutions d'orbite globales à long terme dans la littérature, ce que nos collègues américains appellent les "continuous and dynamically consistent orbit/solutions" ;

- la recherche d'une méthode dynamique spécifique d'investigation des perturbations d'orbite faibles et cumulatives, c'est-à-dire de types séculaires et à longue période, doit permettre d'accéder plus directement à la mesure précise des quantités liées à la géodynamique ;
- tout ceci suppose l'accès à des séries temporelles de données suffisamment longues et homogènes.

Le principe de notre approche est de transformer, le plus possible analytiquement pour des questions d'exactitude, le système (1) afin d'accéder à un système dynamique moyen où la variable rapide (en l'occurrence l'anomalie moyenne du satellite) a été éliminée. Ensuite, ce système, qui est débarrassé des phénomènes périodiques à courtes périodes, est intégré numériquement, en bénéficiant d'un pas d'intégration très grand. De là découle le mouvement orbital moyen et la possibilité d'interpréter des signaux, liés par exemple aux variations lentes du champ de gravité, directement en terme de variations des variables. Ce domaine de la dynamique orbitale a été exploré essentiellement dans les années 60-70 (e.g., [ref]).

La connaissance de la formulation des forces \mathbf{f} agissant sur les satellites artificiels de la Terre doit être très bonne, afin d'établir les algorithmes de moyennisation des équations. En effet, les forces sont, de façon conventionnelle, séparées en deux catégories : les forces d'origine gravitationnelle \mathbf{f}_G , qui ne dépendent que des positions et sont par nature conservatives, et les forces d'origine non-gravitationnelle \mathbf{f}_{NG} (par unité de masse) qui peuvent dépendre des vitesses et sont, par nature également, non-conservatives voir dissipatives. Aussi, ne peut-on traiter tout le problème de la moyennisation des seconds membres dans une même et unique formulation analytique.

De plus, suivant la paramétrisation utilisée, en éléments képlériens, de Delaunay ou autres, on aura aussi à établir un algorithme de moyennisation bien spécifique.

Dans ce cours, nous verrons essentiellement les principes généraux de la méthode et son fonctionnement à travers l'outil CODIOR. Nous abordons la question de la méthode de résolution : la technique d'élimination des termes à courtes périodes, le modèle orbitographique moyen (les perturbations moyennées). Nous proposons un rapide bilan d'erreur sur la précision à atteindre dans le calcul des éléments moyens, et sur les limites de la méthode en tant que théorie semi-analytique de satellite.

2 Intérêt des éléments orbitaux moyens

Supposons que nous sommes en mesure de calculer, pour chaque satellite observé, des éléments moyens exacts du mouvement orbital. Ceux-ci seraient constants sur une petite période de temps, mais leur variation très lente dans le temps ne serait reliée qu'à des conditions d'évolution lente de la géophysique, comme les variations temporelles séculaires du champ de gravité (e.g., [Yoder et al., 1983]). On peut alors imaginer que les dérivées directement observables sur les variables décrivant les mouvements orbitaux moyens ne soient représentatives que des phénomènes géophysiques recherchés, en dehors de signatures d'effets non-gravitationnels propres à chaque objet (forme, masse, altitude).



C'est précisément le principe de la méthode de centrage appliqué à la géodésie spatiale. Son processus de filtrage est appliqué indépendamment, au modèle d'orbite ainsi qu'aux observations de poursuite. Il permet de s'affranchir des interactions "courtes périodes-longues périodes" qui sont toujours très complexes et gênantes à interpréter. Il permet en conséquence d'aboutir à une analyse très efficace des variations séculaires, quadratiques et à longues périodes contenues dans les mouvements orbitaux de satellites. L'information apportée est, compte tenu de la méthode, de nature purement dynamique.

Toutefois, le développement d'une méthode de centrage, basée sur une théorie semi-analytique du mouvement orbital, reste aujourd'hui un défi, compte tenu de la précision qu'il est nécessaire d'atteindre dans le calcul d'orbite, d'environ 10^{-9} à 10^{-8} en relatif (1 à quelques "milli-arc-secondes" ou mas). Les signaux recherchés dans la dynamique orbitale, donc dans les éléments moyens, sont effet de l'ordre de quelques mas/an seulement, aussi bien sur le noeud ascendant que sur l'excentricité ou l'argument de la latitude, d'après les analyses de sensibilité [Cheng et al., 1989].

En conséquence, de nombreux tests ont été nécessaires, ces dernières années, afin de contrôler la méthode à partir d'intégrations numériques servant de référence. Dans de nombreux cas, c'est-à-dire en dehors des régions de résonances fortes, nous avons contrôlé la validité des éléments moyens calculés avec un seuil de précision relative de 10^{-9} à 10^{-8} au maximum.

3 Présentation générale de la méthode

L'intégration numérique d'un mouvement orbital moyen nécessite la connaissance de conditions initiales (éléments moyens du satellite à un instant donné), et de paramètres décrivant les forces moyennes ainsi que les champs de force moyens agissant sur le corps en question (le satellite).

Le processus de moyennisation visant à l'obtention de ces champs et forces moyens est double. Il y a d'une part une approche totalement analytique, sous forme littérale en rapport avec la moyennisation des champs, et d'autre part une approche totalement numérique pour le traitement (sous la forme de quadratures) des forces non-conservatives. La moyennisation des équations gravitationnelles a été menée à un degré de précision très élevé [Métris, 1991 ; Métris and Exertier, 1995], ce qui suppose, pour

une théorie semi-analytique de satellites, des développements analytiques nombreux et complexes.

L'ensemble, un fois programmé, est intégré numériquement. Au cours de cette intégration numérique, il faut donc pouvoir évaluer le second membre moyen à partir des résultats des moyennisations. Ceux-ci sont sous une forme explicite pour les forces d'origine gravitationnelle ; mais les développements sont très importants, ce qui oblige à coder les effets et à lire les codes sur des fichiers permanents, en amont de l'intégration. En revanche, le second membre non-gravitationnel moyen étant obtenu par quadrature numérique, il est calculé au cours de l'intégration numérique du mouvement moyen.

Un processus d'ajustement d'orbites moyennes (CODIOR) a été développé. Il comprend l'intégration numérique du système différentiel moyen, y compris ses équations variationnelles moyennes, et la comparaison, au sens des moindres carrés, avec des éléments moyens "observés". Cette restitution d'orbites moyennes est à même d'ajuster le bulletin initial ainsi que des paramètres dynamiques de modèles, et des coefficients géodynamiques sur des périodes très importantes, de l'ordre de 10 à 20 ans.

Nous voulons indiquer ici les principes, avantages et inconvénients de la méthode de centrage, ainsi que les choix qui ont permis les améliorations les plus marquantes par rapport aux déterminations passées, qui ont utilisé une méthode similaire (par exemple [Wagner, 1973]).

Les observations utilisées proviennent nécessairement d'un filtrage d'orbites de satellite, compte tenu du retrait des courtes périodes que prévoit la méthode [Exertier, 1990]. Les éphémérides sont obtenues par ajustement d'arcs relativement courts (environ 20 jours) sur les données de poursuite (par exemple laser), puis elles sont filtrées pour créer à chaque fois un jeu d'éléments moyens dits "observés". Actuellement, la détection des variations lentes du champ de gravité s'appuie essentiellement sur les données de télémétrie laser acquises depuis plus de 20 années par le réseau mondial des stations de poursuite sur plusieurs cibles géodésiques [Cazenave et al., 1996 ; Eanes and Bettadpur, 1996 ; Nerem and Klosko, 1996 ; Cheng et al., 1997 ; Exertier et al., 1995 ; 1999].

3.1 Principe de la moyennisation analytique

Le système différentiel décrivant le mouvement orbital moyen, qui ne contient donc plus de variations à courtes périodes, doit être établi. Il s'agit ici, rappelons-le, du cas gravitationnel qui, sous forme hamiltonienne, peut s'écrire :

$$\begin{cases} \dot{v}_j &= \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial V_j} & (j = 1, 3) \\ \dot{V}_j &= -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial v_j} & (j = 1, 3) \end{cases} \quad (2)$$

où (v_j, V_j) sont les variables de Delaunay et \mathcal{H} l'Hamiltonien du problème :

$$\begin{aligned} v_1 = l = M & & V_1 = L = \sqrt{\mu a} \\ v_2 = g = \omega & , & V_2 = G = L\sqrt{1-e^2} \\ v_3 = h = \Omega & & V_3 = H = G \cos i \end{aligned}$$

$$\mathcal{H}(v, V) = \mathcal{H}_0^{(0)}(L) + \sum_{i \geq 1} \frac{\varepsilon^i}{i!} \mathcal{H}_i^{(0)}(v, V) \quad (3)$$

L'Hamiltonien du problème non perturbé (képlérien) est $\mathcal{H}_0^{(0)} = -\mu^2/2L^2$, les autres termes étant les perturbations triées en fonction des puissances du petit paramètre ε , qui est le coefficient J_2 de la Terre dans le cas du problème du satellite artificiel.

L'angle rapide qui conditionne les courtes périodes est l'anomalie moyenne (l). Le but est de construire un changement de variables à partir d'une transformation canonique afin d'éliminer cet angle dans le nouvel hamiltonien :

$$\begin{aligned} (l, g, h, L, G, H) & \rightarrow (l', g', h', L', G', H') \\ \mathcal{H}(l, g, h, L, G, H) & \rightarrow \mathcal{H}'(-, g', h', L', G', H') \end{aligned}$$

où \mathcal{H}' est développé en puissances de ε selon :

$$\mathcal{H}'(-, l', g', L', G', H') = \mathcal{H}_0^{(0)}(L') + \sum_{i \geq 1} \frac{\varepsilon^i}{i!} \mathcal{H}_i^{(i)}(-, g', h', L', G', H') \quad (4)$$

Les transformées de Lie sont utilisées afin de réaliser cette transformation. Suivant l'algorithme de Deprit (1969, 1970), le nouveau système différentiel moyen peut s'écrire :

$$\begin{cases} \dot{v}'_j = \frac{\partial \mathcal{H}'}{\partial V'_j} & (j = 1, 3) \\ \dot{V}'_j = -\frac{\partial \mathcal{H}'}{\partial v'_j} & (j = 1, 3) \end{cases} \quad (5)$$

Grâce à l'absence de termes de haute fréquence (période du mouvement et sous-périodes) dans ces nouvelles équations de la dynamique, une intégration numérique peut alors utiliser des pas de l'ordre de la révolution, voire 1-2 jours, même avec un intégrateur d'ordre 8 à 10 [Oesterwinter & Cohen 1972]. La méthode reste unique en son genre dans la communauté internationale [Moons, 1994].

3.2 Principe du changement de variables

3.2.1 Formulation de l'algorithme

L'algorithme se construit essentiellement autour d'un changement de variables canonique. En utilisant Deprit (1970), le changement au second ordre du petit paramètre

prend la forme suivante (anciennes variables en fonction des nouvelles) :

$$\begin{cases} v_j - v'_j &= \varepsilon \frac{\partial W_1}{\partial V'_j} + \frac{\varepsilon^2}{2} \left(\frac{\partial W_2}{\partial V'_j} + \left\{ \frac{\partial W_1}{\partial V'_j}; W_1 \right\} \right) + \dots & (j = 1, 3) \\ V_j - V'_j &= -\varepsilon \frac{\partial W_1}{\partial v'_j} - \frac{\varepsilon^2}{2} \left(\frac{\partial W_2}{\partial v'_j} + \left\{ \frac{\partial W_1}{\partial v'_j}; W_1 \right\} \right) + \dots & (j = 1, 3) \end{cases} \quad (6)$$

où W_k est la fonction génératrice à l'ordre k , avec : $W = \sum_{i \geq 0} W_{i+1}$. W est choisie de telle façon que le nouvel Hamiltonien $\mathcal{H}'(v'_i, V'_i)$ soit indépendant de la nouvelle variable rapide l' .

La notation $\{\phi; \psi\}$ correspond aux crochets de Poisson bracket des fonctions ϕ and ψ :

$$\{\phi; \psi\} = \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial \phi}{\partial v_j} \frac{\partial \psi}{\partial V_j} - \frac{\partial \phi}{\partial V_j} \frac{\partial \psi}{\partial v_j} \right)$$

Le nouvel hamiltonien \mathcal{H}' ainsi que la fonction génératrice W sont construits ordre par ordre :

Ordre 1 :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0^{(1)} &= \langle \mathcal{H}_1^{(0)} \rangle_{\nu} \\ \frac{\partial W_1}{\partial l'} &= \frac{L^3}{\mu^2} (\mathcal{H}_1^{(0)} - \mathcal{H}_0^{(1)}) \end{aligned}$$

Order 2 :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0^{(2)} &= \langle \mathcal{H}_2^{(0)} + \{\mathcal{H}_1^{(0)}; W_1\} + \{\mathcal{H}_0^{(1)}; W_1\} \rangle_{\nu} \\ \frac{\partial W_2}{\partial l'} &= \frac{L^3}{\mu^2} (\mathcal{H}_2^{(0)} - \mathcal{H}_0^{(2)} + \{\mathcal{H}_1^{(0)}; W_1\} + \{\mathcal{H}_0^{(1)}; W_1\}) \end{aligned}$$

et ainsi de suite, voir les travaux de Métris [1991].

La situation, en pratique, doit être étendue au moins à l'ordre 2, sous peine de voir la solution moyenne s'écarter de façon séculaire de la solution de référence (les données ou, en simulation, une intégration numérique). Les développements ont en fait été menés jusqu'à l'ordre 4 pour les coefficients des perturbations les plus importantes (J_2 , J_3 , J_4 et J_5). Pour cela, les calculs ont été générés à partir d'un manipulateur de séries formelles (MS), développé initialement à l'université de Namur [Claes et al. 1988].

Cependant, à partir de l'ordre 2 justement, il n'est plus possible de définir un mouvement moyen absolu (unique, donc) grâce aux seules nouvelles équations hamiltoniennes (5). Ce dernier système ne peut contrôler tous les effets à longues périodes ; en effet, le changement de variables (6) lui-même en contient.

3.2.2 Limites de la formulation canonique

Si l'on examine le changement de variables (6), on s'aperçoit que des termes à longues périodes (LP) peuvent encore être présents; d'une part dans le générateur W_i , car il n'est pas forcément de moyenne nulle dès l'ordre 1, d'autre part des termes à LP peuvent apparaître dans les crochets de Poisson, ici à partir du second ordre.

A chaque ordre, W_i est le résultat d'une intégration (analytique) sur l'anomalie moyenne. Toute constante w_i indépendante de l' peut donc être ajoutée arbitrairement :

$$W_i = W_i^* + w_i(-, g', h', L', G', H') \quad (7)$$

Aussi, choisit-on la solution W_i purement périodique sur l'anomalie moyenne telle que : $W_i = W_i^* - \langle W_i^* \rangle_{\nu}$. Les différences $v_j - v'_j$ et $V_j - V'_j$ seront donc aussi purement périodiques à chaque ordre.

En revanche, les crochets de Poisson $\{\frac{\partial W_1}{\partial v'_j}; W_1\}$ et $\{\frac{\partial W_1}{\partial V'_j}; W_1\}$ peuvent toujours contenir des termes LP, dès l'ordre 2, quelque soit le choix de W_1 . Il faut donc isoler ces derniers termes en pratiquant la moyenne du changement de variables lui-même :

$$\begin{cases} \bar{v}'_j & = \langle v_j \rangle_{\nu} = v'_j + \langle v_j - v'_j \rangle_{\nu} = v'_j + \tilde{v}'_j \\ \bar{V}'_j & = \langle V_j \rangle_{\nu} = V'_j + \langle V_j - V'_j \rangle_{\nu} = V'_j + \tilde{V}'_j \end{cases} \quad (8)$$

($\tilde{v}'_j, \tilde{V}'_j$) étant la moyenne sur l' du membre droit des équations (6).

3.3 Processus semi-analytique retenu

La méthode est basée sur l'idée de transformer le système dynamique une fois pour toutes, puis d'intégrer les nouvelles équations.

Cependant, on a montré qu'il n'existe pas de système hamiltonien, donc de système dynamique qui gouverne un mouvement dit centré, c'est-à-dire une solution contenant tous les effets à LP [Métris, 1991].

Aussi, on se "contente" d'intégrer numériquement le système moyen, non parfait en quelques sortes, qui aboutit à la solution (v'_j, V'_j) . On effectue ensuite sur cette solution le changement analytique (8) pour se ramener aux variables dites "centrées".

C'est un point important de la méthode. En effet, nous voulons comparer un modèle d'orbite (moyenne) à des observations (éléments orbitaux moyens), ce qui suppose un seul et même concept de filtrage, mais appliqué deux fois et de façon différente. Le principe de base que l'on s'est fixé consiste à éliminer les variations à courtes périodes en dessous d'un certain seuil (par exemple la période orbitale). Aussi :

- dans la réduction des observations, a-t-on programmé un filtrage des orbites ajustées sur les données de poursuite, qui élimine exactement ces courtes périodes,

- dans la moyennisation du second membre, il faut donc prendre garde de conserver l'ensemble de l'information à longue période.

4 Le modèle d'orbite moyenne

La construction du modèle orbitographique propre à la description du mouvement moyen du satellite est une étape fondamentale du développement de la méthode de centrage. Chaque perturbation d'orbite, avant d'entrer dans le second membre moyen, fait l'objet d'une étude, en particulier afin d'avoir un aperçu sur l'amplitude et la forme des effets qu'elle produira.

4.1 Besoins et précision

Les dérives recherchées dans les variables du mouvement, dues aux phénomènes géophysiques de redistribution des masses, sont de l'ordre de 10 à 100 mas/an¹, notamment sur le noeud ascendant et l'excentricité des orbites, de type séculaire ou périodique. A titre d'exemple :

- la variation de longitude du noeud ascendant moyen de l'orbite de LAGEOS due à une variation des δJ_{2n} , en unité de 10^{-10} , est donnée, en mas/an, par [Cheng et al., 1989 ; Chao and Eanes, 1995] :

$$d\Omega(t) = 41.6\delta J_2 + 15.4\delta J_4 + 3.3\delta J_6 + 0.2\delta J_8 - 0.1\delta J_{10} - 0.1\delta J_{12} \quad (1)$$

La détermination de cette quantité à quelques mas/an près peut donc contribuer à identifier directement des variations saisonnières du champ, telles celles dues aux effets gravitationnels d'une redistribution des masses d'air ou d'eaux ;

- la détermination des variations séculaires de la Terre solide (rebond post-glaciaire) à travers la restitution des dérives séculaires $\dot{J}_n^{séc.}$ des premiers coefficients du champ par l'analyse d'orbites, doit faire appel à de grandes séries temporelles, c'est-à-dire sur plus de 10 ans. Le but est de décorréler des signaux tels que $\dot{J}_2^{séc.}$ et un signal de marée à 18.6 ans sur le noeud des orbites, ou encore tels que $\dot{J}_3^{séc.}$ et des effets non gravitationnels résiduels sur les excentricités.

En outre, la séparation de plusieurs coefficients $\dot{J}_n^{séc.}$, de degrés pairs ou impairs, demande aussi une restitution simultanée utilisant plusieurs satellites sur des orbites différentes [Cazenave et al., 1996].

En ce qui concerne les effets non gravitationnels faibles agissant en particulier sur les orbites des satellites LAGEOS. Il s'agit par exemple du problème des poussées thermiques perturbant principalement les demi-grands axes et excentricités [Scharroo et al., 1991] ;

¹Ceci équivaut à environ $0.2-0.3 \cdot 10^{-11}$ sur les coefficients $\delta J_n(t)$.

- la détermination des demi-grands axes moyens à ± 0.5 cm devrait contribuer à identifier les effets non gravitationnels. En effet, leur variation (en m.s^{-1}) en fonction d’une petite force “along-track”² dT (en m.s^{-2}) agissant sur un arc d’orbite est donnée par la première équation de Gauss moyennée :

$$da(t) = \frac{2}{n\sqrt{1-e^2}} \left(1 - \frac{3}{4}e^2 + O(e^3)\right) dT \quad (2)$$

ce qui correspond à pratiquement 1 cm par unité de 10^{-12} m.s^{-2} pour un demi-grand axe moyen de 12000 km sur un arc de 24 jours,

- la détermination des excentricités moyennes des orbites à quelques 10^{-9} près pourrait permettre une décorrélation des effets non gravitationnels et de ceux dus à des phénomènes géophysiques. Leur variation en fonction d’une force dF (en m.s^{-2}) d’orientation fixe dans l’espace est de (seconde équation de Gauss moyennisée, d’après Métris) :

$$de(t) = \frac{3\sqrt{1-e^2}}{na} \mathbf{Q} dF \quad (3)$$

où \mathbf{Q} est le vecteur classique d’orientation du périégée de l’orbite. On trouve ainsi pratiquement 10^{-8} (2 mas) pour une force résiduelle de $\pm 19.10^{-12}$ m.s^{-2} qui agirait sur un arc de 24 jours. Cette quantité représente aujourd’hui l’incertitude avec laquelle les phénomènes de poussée thermique sont modélisés [Métris et al., 1997] ;

- la sensibilité de l’excentricité de l’orbite de LAGEOS à une variation de 10^{-10} des coefficients des harmoniques impairs, est donnée en mas/an par [Cheng et al., 1989] :

$$de(t) = 6.3\delta J_3 - 1.7\delta J_5 - 1.4\delta J_7 - 0.5\delta J_9 - 0.1\delta J_{11} \quad (4)$$

ce qui montre qu’avec une limitation de 1 mas/an sur e , la détermination des coefficients impairs ne se fera pas à mieux que $1.6 \cdot 10^{-11}$, valeur déjà importante par rapport aux effets attendus.

En revanche avec l’orbite de Starlette, ce niveau d’incertitude correspond à une erreur de 20 mas/an sur l’excentricité moyenne. De même, la sensibilité devient :

$$de(t) = -133.3\delta J_3 - 138.0\delta J_5 + 70.2\delta J_7 + 107.5\delta J_9 - 16.6\delta J_{11} \quad (5)$$

On peut donc s’attendre à une amélioration effective des solutions $\delta J_{2n+1}(t)$ en utilisant ce dernier satellite [Eanes and Bettadpur, 1996], si l’excentricité moyenne de son orbite peut être contrôlée au moins au niveau de $5 \cdot 10^{-8}$.

Il résulte de cette courte analyse que toute détermination de valeurs d’éléments orbitaux moyens avec une précision supérieure à 10^{-8} en valeur relative est tout à fait utile à l’analyse d’orbite à long terme des satellites géodésiques laser (voir les limitations dues à la technique développée par Harwood and Swinerd [1995]). Ceci concerne aussi bien l’amélioration du champ de gravité de la Terre, y compris ses variations temporelles, que l’amélioration des modèles orbitographiques, donc des éphémérides, et de leurs sous-produits : altimétrie des océans, positionnement, prédictions, etc...

²Force le long de la trace : parallèle et opposée au vecteur vitesse du satellite.

4.2 Calculs réalisés pour le modèle moyen

Le progrès que nous avons réalisé dans le développement du modèle vient de la qualité des transformations, analytiques ou numériques, qui ont été adoptées pour effectuer les moyennes des perturbations ou des forces [Métris, 1991 ; Bruinsma, 1999].

- La moyennisation des fonctions perturbatrices gravitationnelles par un formalisme hamiltonien a permis de prendre en compte les phénomènes de couplage à longue période entre les principales perturbations traitées. C’est le véritable progrès de la théorie, puisqu’en développant les calculs jusqu’à l’ordre 4 en J_2 , la précision relative de la théorie a été portée à environ 10^{-9} en relatif, voire mieux dans de nombreux cas.

En outre, les résultats analytiques des moyennes sont suffisamment généraux pour s’appliquer à de nombreuses configurations dynamiques.

Les hamiltoniens moyens obtenus en variables de Delaunay peuvent être retranscrits dans d’autres séries de variables, pour des raisons pratiques. Mais il faut effectuer ensuite un changement de variables non canonique ad’hoc, pour se ramener au mouvement centré.

- ⊢ Ce dernier point est important et permet de s’affranchir des singularités liées aux faibles excentricités (si $e \leq 10^{-3}$), d’où des applications possibles de la méthode aux mouvements quasi circulaires.

- ⊢ La moyenne des perturbations gravitationnelles dues aux marées océaniques et terrestres (degré et ordres 1 et 2) a été obtenue à partir d’un formalisme de Kaula [1966] moyenné, donc sans couplage avec J_2 (les effets ne dépassent pas $3 \cdot 10^{-9}$ pour l’orbite de Starlette) ;

Enfin, une modélisation des effets des variations de la pression atmosphérique, qui donnent des variations du champ de gravité, a été mise en place. Elle concerne les coefficients des degrés 2 à 10, sous les hypothèses de *Gegout* [1995] concernant le type de réponse de l’océan à la charge atmosphérique.

- Les forces de surface comme le freinage atmosphérique ou la pression de radiation solaire avec ombre, étant non conservatives par nature, sont moyennées par un algorithme numérique : une quadrature numérique des équations de Gauss.

L’avantage est de pouvoir moyenné tout type de force de surface, d’expression très complexe ou non, en choisissant le nombre de points pour réaliser la quadrature (typiquement 100 à 500). Dans ce domaine, de nombreuses mises au point sur le second membre non-gravitationnel moyen ont été nécessaires pour aboutir à une précision relative d’environ 10^{-8} .

- ⊢ La moyenne numérique ne génère pas tous les couplages physiques de la force avec le coefficient J_2 du potentiel terrestre, ce qui peut ensuite occasionner des signaux non interprétables dans les analyses. Sur l’excentricité des orbites, ceci paraît être une limite difficilement franchissable actuellement.

- ⊢ Contrairement à la moyennisation des fonctions perturbatrices gravitationnelles, les quadratures des forces de surface sont recalculées à chaque fois que le

processus d'intégration des équations du mouvement moyen est relancé. Cela entraîne une lourdeur du calcul qui occasionne un ralentissement relatif dans la progression de l'intégration malgré la taille élevée du pas.

La moyenne des forces de poussée thermique agissant sur LAGEOS a également fait l'objet d'études pour permettre leur prise en compte dans le modèle orbitographique moyen [Farinella et al., 1990 ; Rozanes, 1997]. Le rôle de la modélisation de ces effets, comme nous l'avons signalé, est prépondérant pour la détection non ambiguë des signaux géodynamiques.

Comme on le voit Table [1a], le modèle dynamique (partie gravitationnelle) moyen contient relativement peu de paramètres dynamiques et géodynamiques, notamment pour le géopotentiel, où seulement 1 à 3 % des termes sont conservés (les coefficients des harmoniques zonales) par rapport à un schéma classique.

Dynamique Orbitale	Modèle et commentaires
Champ de Gravité	
J_2	couplages ; ordre 5 (J_2^5)
Zonaux	$J_3 - J_5$, et couplages avec J_2 et J_n ; ordre 4 ($J_2^2 - J_n, J_n - J_m$) $J_6 - J_{35}$, et couplages avec J_2 (dont termes développés en excentricité) $J_{36} - J_{40}$; termes développés en excentricité (e^2) $J_{41} - J_{60}$, form. de Kaula [1966] ; pas de coupl. avec J_2 (S. Bruinsma)
Tesséraux	couplages entre $C_{n,m}$ et $S_{n,m}$ [Métris et al., 1993]
Résonances	possibles par sélection des jeux de Kaula (utilisées dans l'analyse de missions)
Var. temporelles	J_2 à J_{10} , séculaires et saisonnières ; modèles et/ou mesures (marées, champs de pression atmosphériques, ...)
Troisième corps	degré 5, et couplages des deg. 2 et 3 avec J_2 ; Lune, Soleil, Planètes (Vénus, Mars, Jupiter)
Marées terrestres	degrés 2 et 3, et couplages du deg. 2 avec J_2 ; Lune, Soleil
Termes de Wahr	form. de Lagrange ; ondes diurnes (de deg. 1) et semi-diurnes (de deg. 2)
Marées océaniques	form. de Kaula ; ondes progrades (long. périodes d'ordre 0, diurnes d'ordre 1, semi-diurnes d'ordre 2)

Tab. 1a : Modèle dynamique moyen théorique [Métris, 1991 ; Métris and Exertier, 1995].

De façon complémentaire, la Table [1b], indique le modèle dynamique pour la partie non-gravitationnelle moyenne.

Dynamique Orbitale	Modèle et commentaires
Freinage	quadrature numérique, sans couplage; plusieurs modèles d'atmosphère disponibles (S. Bruinsma)
activité solaire	flux solaire (10.7 cm) et coeff. d'activité géomagn. tri-horaires K_p
Pression de rad. solaire	
sans ombre	champ analytique, et couplages avec J_2
avec ombre	quadrature numérique en mode différentiel (avec et sans ombre)
Albédo Terre et IR	quadrature numérique Alb. analytique, ou par tables (P. Rozanes)
Poussées thermiq.	freinage électrique, Yarkov., Yarkov.-Schach, anisotropie; express. analyt. sur les éq. de Gauss moyennée en a, e, I, Ω , (G. Métris)
Coefficients	
réflectivité	cste solaire $4.5605 \cdot 10^{-6} N.m^{-2}$; coefficient c_R ajustable
aérodynamique	[Cook, 1966]; coefficient c_X ajustable (S. Bruinsma)
Relativité	Schwarzschild, Lense-Thirring; expressions analytiques (G. Métris)
Précession-Nutation	forces apparentes, moy. analytiques, et couplages avec J_2 ; rep. vrai de la date (UAI 1976 et 1980, [IERS, 1992]) / J2000, [Branchu, 1993]
Intégrateur	Adams-Bashforth-Moulton, ordres 6 à 16, pas : 3 à 12 heures

Tab. 1b : Modèle dynamique moyen théorique [Métris, 1991 ; Bruinsma, 1999].

4.3 Standards utilisés

Les conditions de modèle *a priori* utilisé pour le calcul des arcs longs sont données Table [2].

	Modèle	LAGEOS	Starlette
Dynamique			
Champ de Gravité	EGM96	30	60
Luni-solaires	BDL - (VSOP82, ELP2000)		
Marées terrestres	degré 2 ($k_2 = 0.30$)		
Termes de Wahr	Ondes diurnes et semi-diurnes		
Marées océaniques	11 ondes, <i>Schwiderski</i> [1980]	6,2	10,2
Freinage	DTM94, [1998]	-	
Pression de rad. solaire	avec ombre		
Albédo Terre	analytique, par tables		
Relativité	Schwarzschild (Lense-Thirring très faible)		
Forces spécifiques	[Métris et al., 1997 ; Scharroo et al., 1991 ; Slabinski, 1997] et possibilité de prise en compte des coeff. d'acc. empiriques publiés par l'Univ. du Texas, le GSFC ou le GRGS.		-
Coefficients			
surf. / masse	$m^2.kg^{-1}$	0.00069287	0.00094166
réflectivité	ajust. c_R global	1.1377	1.1688
aérodynamique	ajust. c_X global		[Cook, 1966]
Précession-Nutation	vrai de la date / J2000, [IERS, 1992]		
Intégrateur et pas	Adams-Bashforth-Moulton, Ordre 10	12 h	3 h

Tab. 2 : Modèle dynamique moyen pour les arcs longs.

4.4 Equations variationnelles

Dans le but de redéterminer des paramètres par analyse des effets séculaires et à longues périodes qu'ils produisent dans les mouvements d'orbite, les second membres des équations variationnelles — les dérivées secondes des hamiltoniens moyens — ont également été obtenus analytiquement. Il s'agit uniquement des perturbations gravitationnelles d'amplitude forte (J_2 à J_5 , et luni-solaires), pour permettre la convergence du processus d'ajustement de l'orbite moyenne.

Ainsi, la plupart des ajustements d'orbite moyenne que nous avons générés au cours de nos analyses impliquent un nombre restreint de paramètres ajustés ; en général de 6 (le bulletin initial) à 15 seulement, pour 300 à 600 équations d'observation, donc

50 à 100 jeux d'éléments moyens. Il n'y a que 1 à 2 paramètres empiriques (facteurs multiplicatifs globaux de la pression solaire et du freinage), ce qui permet d'effectuer ensuite une interprétation non ambiguë des signaux résiduels sur chaque type d'élément moyen.

5 Eléments moyens observés

Afin de se fixer des choix dans l'adoption d'une technique de filtrage et, finalement, d'une méthode de résolution des équations du mouvement moyen, il faut définir un seuil de précision minimale à atteindre au moment du filtrage ainsi qu'une période de coupure.

- ▷ Les dérives dues aux phénomènes géophysiques recherchées dans les variables du mouvement sont très faibles, de l'ordre de 5-10 à 100 mas/an, de type périodique ou séculaire, soit de l'ordre de 10^{-8} à 10^{-9} en relatif.
 - Au-dessus de ce seuil, c'est-à-dire avec un bruit équivalent, voir plus important sur les éléments moyens, nous n'apprendrons rien sur les variations temporelles saisonnières ;
 - En-dessous de ce seuil :
 - les fortes amplitudes des perturbations à courtes périodes, de l'ordre de $5 \cdot 10^{-4}$ en relatif, sont gênantes et peuvent générer des signaux parasites au moment du filtrage [Exertier, 1990],
 - dans la théorie du mouvement orbital moyen, le développement de la transformation analytique, qui calcule le second membre moyen, doit pouvoir atteindre au moins l'ordre 4 en J_2 (aplatissement dynamique) [Métris, 1991].

A titre d'exemple, l'excitation du noeud ascendant moyen de l'orbite de LAGEOS, due à une variation ΔJ_l des coefficients des harmoniques zonales, est donnée en mas/an par Chao and Eanes [1995]. La détermination de cette quantité à quelques mas près devrait permettre d'identifier directement des variations saisonnières du champ, comme celles dues aux effets gravitationnels d'une re-distribution des masses d'air dans l'atmosphère.

De même, en ce qui concerne les effets non-gravitationnels faibles agissant en particulier sur les orbites des satellites LAGEOS. Il s'agit par exemple du problème des poussées thermiques (e.g. [Scharroo et al., 1991]), dont il faut pouvoir décorrélérer les effets de ceux dus aux phénomènes purement géophysiques. La détermination du demi-grand axe moyen de l'orbite à ± 0.5 cm pourrait permettre de les identifier directement, et la détermination de l'excentricité moyenne de l'orbite à quelques 10^{-9} pourrait contribuer à la décorrélation [Métris et al., 1997].

Ainsi, toute détermination de valeurs d'éléments orbitaux moyens avec une précision largement moins bonne que 10^{-9} en relatif est aujourd'hui inutile pour l'analyse d'orbite des satellites géodésiques laser (voir les limitations dues à la

technique développée par Harwood and Swinerd [1995]).

- ▷ En ce qui concerne la période de coupure p_c , qui, a priori, correspond à la période nominale du mouvement étudié, il est judicieux de la porter à 3-4 jours suivant les cas.
 - Ceci permet de s’affranchir des perturbations engendrées par les harmoniques tessérales de la Terre, ainsi que des problèmes liés à sa rotation diurne ;
 - Compte tenu de la présence de résonances faibles dans les orbites étudiées, entre 1.5 et 3 jours environ, ceci permet aussi de s’en affranchir, pour ne pas avoir à les modéliser ensuite dans le second membre des équations moyennées ;
 - Enfin, la période de coupure p_c fixe la longueur des arcs courts. En effet, dû à la présence de nombreuses fréquences à éliminer dans les éphémérides, le processus numérique du filtrage est plus stable lorsque les plus grandes des courtes périodes sont représentées plusieurs fois. Pour atteindre notre seuil de précision, un facteur 6 à 8 entre p_c et la longueur des arcs courts est nécessaire [Exertier, 1990].

La qualité du filtre qui est appliqué aux éphémérides, le choix des variables et les durée et qualité des arcs courts ajustés sur les données de poursuite sont les critères de base d’une grande précision. En pratique :

- il résulte de nos travaux qu’il est plus efficace d’utiliser un algorithme semi-analytique que purement analytique ou purement numérique. En outre, il est fondamental que cet algorithme s’applique en utilisant les mêmes variables que celles choisies lors du développement des équations moyennes.
- La technique de filtrage semi-analytique employée prévoit le retrait des principaux termes en deux temps : un retrait explicite des courtes périodes par des théories analytiques, puis un filtre numérique des “résidus” à courte période appliqué sur les 6 variables du mouvement. Nous avons montré que les variables peuvent en effet être considérées comme des signaux indépendants et qu’en conséquence ce type de filtrage numérique n’engendre pas d’incertitudes sur les termes à longue période et la cohérence du mouvement moyen.
- Là aussi, le gain en précision a permis d’atteindre environ quelques 10^{-10} à 10^{-9} en relatif, c’est-à-dire moins de 1 cm sur les demi-grands axes moyens et de 1 à quelques mas sur l’inclinaison et l’ascension droite du noeud moyennes.

6 Conclusion

L’objectif de tester et d’améliorer des paramètres géodynamiques fins a pu être atteint par l’analyse des mouvements orbitaux moyens dans des conditions plus favorables qu’avec l’intégration numérique classique pour les raisons suivantes :

- ▷ les courtes périodes étant filtrées, les interactions “courtes périodes-longues

périodes”, toujours très complexes à interpréter et gênantes même à court terme, ont été également éliminées,

- ▷ le nombre de paramètres à manipuler est bien moins important,
- ▷ le problème est purement dynamique. De nombreux aspects de l’analyse d’orbite liés aux traitements des données dans le repère terrestre tournant n’apparaissent plus à ce niveau de l’analyse,
- ▷ la relance du processus dynamique dans des configurations très différentes à des fins d’étude de sensibilité est facilitée,
- ▷ les temps de calcul sont beaucoup moins grands (d’un facteur 50 à 100), en raison de l’allongement du pas d’intégration, qui est de 3 à 12 h suivant les cas,
- ▷ l’accès à de très longues périodes de temps d’analyse ou de propagation d’orbite est possible sans dérive numérique importante.

Mais pour obtenir ces performances, il a fallu avant tout obtenir, à partir d’un même principe de transformation ou de filtrage :

- ◁ le système des équations qui gouverne le mouvement orbital moyen,
- ◁ les observations correspondantes ou éléments moyens “observés”.

7 Discussion

Les points suivants peuvent aider à mieux interpréter l’impact du développement et de l’application de la méthode de centrage dans les communautés de mécanique céleste du satellite artificiel et de géodésie spatiale :

- le progrès en dynamique orbitale : la théorie semi-analytique des mouvements orbitaux moyens constitue une avancée en mécanique orbitale car elle montre l’existence des variables filtrées, dites centrées, secteur relativement peu exploré. Elle permet ainsi de procéder, en géodésie spatiale, d’une manière différente des méthodes classiques.

La méthode de centrage, dont on a vu que son développement a permis d’atteindre un niveau de précision important, est la seule méthode capable de concurrencer les intégrations numériques américaines (Univ. du Texas, et NASA/GSFC) qui sont calculées d’un seul tenant sur des arcs longs. Or, c’est précisément sur ce dernier point, le long terme, que la dynamique a le plus besoin de progresser actuellement. Il faut citer également la méthode d’accrochage d’arcs d’orbite courts, qui utilise une contrainte de continuité plus ou moins forte entre les arcs afin de déterminer, sur de nombreux arcs successifs, des paramètres du modèle dynamique (voir, par exemple, [Rozanes, 1997]) ;

- le champ d’applications de la méthode : il est ouvert aussi bien sur le secteur de l’analyse des perturbations d’orbites pour la géodynamique, que sur celui de la

prédiction d'éphémérides pour l'analyse de projets de missions spatiales, y compris celle des débris spatiaux.

Ce dernier point est très important pour l'avenir de la méthode, dans la mesure où les variations temporelles du champ seront observées par des missions spatiales d'accélérométrie ou de gradiométrie embarquée comme CHAMP (en 2000), GRACE (2002) puis GOCE (projet de l'Agence Spatiale Européenne, 2004), donc plus uniquement via les analyses d'orbites ;

- l'outil (le programme CODIOR) : il a été développé en langage Fortran, et deux versions sont disponibles actuellement. La première répond aux critères des applications visées en géodynamique (modèle orbitographique complet, équations aux variations, ajustement par moindres carrés, établissement de jeux d'équations normales). La seconde version est adaptée à l'extrapolation d'orbites notamment pour les constellations.

A cet égard, l'aide que le CNES³ nous a apportée ces dernières années pour le développement de la méthode et la construction d'un outil informatique fiable a été d'un effet extrêmement moteur et a permis d'ouvrir des voies d'investigation nouvelles, notamment en direction de l'industrie du spatial ;

→ Afin de montrer la capacité de la méthode à générer une prédiction d'éphéméride fiable, une comparaison sur 10 ans a été effectuée entre l'orbite moyenne continue de LAGEOS et des orbites courtes (10-20 jours) successivement ajustées sur les mesures de poursuite laser. L'orbite moyenne obtenue, à laquelle ont été rajoutées les courtes périodes (modèle analytique très simplifié, constitué par les termes en J_2 , d'ordre 1), reste à environ 600-800 mètres en position des "orbites vraies". Ceci représente une performance très intéressante pour l'application de la méthode à l'analyse de missions spatiales, compte tenu aussi du faible temps de calcul nécessaire à cette extrapolation (gain d'un facteur 10 à 20 par rapport à l'intégration numérique).

- les résultats :
 - les éléments orbitaux moyens se caractérisent par une grande précision, d'environ 10^{-8} à 10^{-9} en valeur relative suivant les satellites et les variables. Ils constituent de véritables "points normaux dynamiques" permettant un facteur de réduction énorme (de plusieurs milliers) du volume initial des données de poursuite. En outre, étant très "proches" des mesures et indépendants de tout modèle dynamique, leur cohérence dans le temps est un facteur essentiel à une interprétation claire des signaux pour la géodynamique,
 - les coefficients géodynamiques déterminés par la méthode de centrage sont en bon accord avec ceux issus des nombreuses déterminations de géodésie spatiale publiées au cours des années 90 [Exertier, 1995]. Les erreurs formelles sont même plus faibles en général,
 - la détection de signaux à longues périodes (9 à 18.6 ans) est une particularité de la méthode qui apporte ainsi des éléments nouveaux sur les déplacements de masses globaux qui affectent la Planète notamment à ces échelles de temps ;

³Division Mathématiques Spatiales, J.P. Carrou ; départements d'Analyse de Missions, J. Foliard, J. Bardina, P. Brousse, P. Rozanes, et de Méthodes Numériques, P. Legendre, J.C. Agnès.

- les applications futures : un avantage certain de la méthode de centrage est la facilité de relance du processus d'intégration numérique des équations du mouvement moyen, en particulier pour des arcs longs, de 10 ans et plus.

Certes, l'intérêt de la méthode de centrage pourrait être minimisé eu égard aux avancées des méthodes purement numériques et à la puissance croissante des ordinateurs. Il n'en demeure pas moins que, grâce à sa qualité sus-mentionnée, cette méthode est très prometteuse pour l'avenir. En effet, une fois les éléments moyens observés obtenus, la stabilité et la rapidité d'intégration, qualités obtenues grâce au filtrage, vont permettre de multiplier les investigations dynamiques sur de nombreux mouvements orbitaux observés, ce qui devrait permettre d'accroître notre compréhension des mécanismes géodynamiques.

Par comparaison, les méthodes classiques sont d'un emploi complexe du fait qu'elles nécessitent un ajustement des orbites directement sur les données de poursuite, dont la disparité est grande et le volume très important.

Références

- [1] Balmino, G. and J.P. Barriot (1990) Numerical integration techniques revisited, *J. of Geodesy*, 15, 1–10
- [2] Borderies, N. (1978) Méthode de Centrage en Géodésie Spatiale, *Thèse de doctorat de l'Université L. Pasteur*, Toulouse
- [3] Brouwer, D. (1959) Solution of the problem of Artificial Satellite Theory without Drag, *Astron. J.*, 64, 378–397
- [4] Bruinsma, S.L. (1999) Estimation of Geodynamical Parameters using a semi-analytical Mean Orbit Theory, Phd Thesis, *Delft University of Tech.*, Delft, Pays-Bas
- [5] Cazenave, A., P. Gegout, G. Ferhat and R. Biancale (1996) Temporal variations of the gravity field from Lageos 1 and Lageos 2 observations, *Global Gravity Field and its Temporal Variations, Int. Assoc. of Geod. Symp.*, Vol. 116, Springer-Verlag, New York, pp. 141–151
- [6] Chao, B.F. and R.J. Eanes (1995) Global gravitational changes due to atmospheric mass redistribution as observed by the Lageos nodal residual, *J. Geophys. Int.*, 122, 755–764
- [7] Chao, B.F. and Au x.x. (1991) Temporal variation of Earth's zonal gravitational field caused by atmospheric mass redistribution : 1980-1988, *J. Geophys. Res.*, 96, 6569–6575
- [8] Chao, B.F. and O'Connor W.P. (1988) Global surface-water-induced seasonal variations in the Earth's rotation and gravity field, *Geophys. J.*, 94, 263-270
- [9] Cheng, M.K., R.J. Eanes, C.K. Shum, B.E. Schutz, B.D. Tapley (1989) Temporal Variations in low degree zonal harmonics from Starlette orbit analysis, *Geophys. Res. Lett.*, 16(5), 393–396
- [10] Cheng, M.K., C.K. Shum, B.D. Tapley (1997) Determination of long-term changes in the Earth's gravity field from satellite laser ranging observations, *J. Geophys. Res.*, 102(B10), 22377–22390
- [11] Claes, H., et al. (1988) Guide d'utilisation du manipulateur de séries [MS], Int. Publication, Univ. Namur, Belgique
- [12] Deprit, A., 1969, Canonical transformations depending on a small parameter, *Celestial Mechanics*, 1, 12-30.
- [13] Deprit A. and Rom A., 1970, The main problem of artificial satellite theory for small and moderate eccentricities, *Celestial Mechanics*, 2, 166-206.
- [14] Eanes, R.J. and S.V. Bettadpur (1996) Temporal variability of Earth's gravitational field from satellite laser ranging observations, *Global Gravity Field and its Temporal Variations, Int. Assoc. of Geod. Symp.*, Springer-Verlag, New York, 116, pp. 30–41
- [15] Exertier, P. (1995) Variations Temporelles du Géoïde, *Comité National Français de Géodésie et de Géophysique, Rapport Quad. 1991-1994*, Munschy Sauter and Schlich Eds., pp. 43–48

- [16] Exertier, P., G. Métris, Y. Boudon, and F. Barlier (1995) Simultaneous Determination of the 18.6 Year Ocean Tide and J2 from the Mean Orbital Motion of Lageos, *XXIe General Assembly I.U.G.G.*, Symposium G3, Boulder, Colorado, July 2-14
- [17] Exertier, P., G. Métris, Y. Boudon, F. Barlier (1994) Long Term Evolution of Mean Orbital Elements of Artificial Satellites, *Geophys. Monog. - IUGG*, 82, Vol. 17, 103–108
- [18] Exertier, P. (1993) Geopotential From Space Techniques, *Cel. Mechanics*, 57, 137–153
- [19] Exertier, P. (1990) Precise determination of mean orbital elements from osculating elements by semi-analytical filtering, *Manus. Geod.*, 15, 115–123
- [20] Exertier, P. (1988) Mouvement du Satellite Artificiel sur de Longues Périodes de Temps, *Thèse de doctorat de l'Observatoire de Paris*, 129p.
- [21] Farinella, P., A.M. Nobili, F. Barlier and F. Mignard (1990) Effects of thermal thrust on the node and inclination of Lageos, *Astron. Astrophys.*, 234, 546-554
- [22] Gegout, P. (1995) De la variabilité de la rotation de la Terre et du champ de gravité, conséquence aux dynamiques de l'Atmosphère et des océans *Thèse de doctorat de l'Université Strasbourg I - Ecole et Observatoire de Physique du Globe*, Strasbourg
- [23] Gegout, P. and A. Cazenave (1993) Temporal variations of the Earth gravity field for 1985-1989 derived from Lageos, *Geophys. J. Int.*, 114, 347–359
- [24] Harwood, N.M. and G.G. Swinerd (1995) Long-Periodic and Secular Perturbations to the Orbits of Explorer 19 and Lageos due to direct Solar Pressure *Cel. Mechanics*, 62, 81–92
- [25] IERS Standards (1996), *IERS Technical Note*, 17, Mc Carty, D.D. (Ed.), Obs. de Paris
- [26] Kaula, W.M. (1966) Theory of satellite geodesy, Blaisdell publ. Co., Waltham, Mass
- [27] Kovalevsky, J. (1989) Applications of Computers to Celestial Mechanics, *Cel. Mechanics*, 45, 11–17
- [28] Métris, G., D. Vokroulický, J.C. Ries, R.J. Eanes (1997) Non gravitational effects and the LAGEOS eccentricity excitations, *J. Geophys. Res.*, 102(B2), 2711-2729
- [29] Métris, G. and P. Exertier (1995) Semi-analytical Theory of the Mean Orbital Motion, *Astron. Astrophys.*, 294, 278–286
- [30] Métris, G., P. Exertier, Y. Boudon, F. Barlier (1993) Long period variations of the motion of a satellite due to non-resonant tesseral harmonics of a gravity potential, *Cel. Mechanics*, 57, 175–188
- [31] Métris, G. (1991) Théorie du Mouvement du Satellite Artificiel — Développement des Equations du Mouvement Moyen — Application à l'Etude des Longues Périodes, *Thèse de Doctorat de l'Observatoire de Paris*, 188p.

- [32] Moons, M. (1994) Averaging Approaches, *Proceedings of the Artificial Satellite Theory Workshop*, USNO, Washington, November 8-9, 1993, Ed. Seidelman and Kaufman, pp. 201–219
- [33] Nerem, R.S. and S.M. Klosko (1996) Secular variations of the zonal harmonics and polar motion as geophysical constraints, *Global Gravity Field and its Temporal Variations, Int. Assoc. of Geod. Symp.*, Springer-Verlag, New York, 116, pp. 152–163
- [34] Nerem, R.S., B.F. Chao, A.Y. Au, J.C. Chan, S.M. Klosko, N.K. Pavlis, R.G. Williamson (1993) Temporal variations of the Earth’s gravitational field from satellite laser ranging to Lageos, *Geophys. Res. Lett.*, 20(7), 595–598
- [35] Oesterwinter C. and Cohen C.H. (1972) New orbital elements for moon and planets, *Celestial Mechanics*, 5, 317-395.
- [36] Rozanes, P. (1997) Technique d’accrochage d’arcs courts d’orbite et mod’élisation des forces non gravitationnelles. Application à la détermination du champ de gravité de la Terre, *Thèse de doctorat de l’Université L. Pasteur*, Toulouse, 147p.
- [37] Rubincam D.P. (1984) Post-glacial rebound observed from Lageos and the effective viscosity of the lower mantle, *J.G.R.*, 89, 1077-1087.
- [38] Scharroo, R., K.F. Wakker, B.A.C.. Ambrosius, and R. Noomen (1991) On the Along-Track Acceleration of the LAGEOS Satellite, *J. Geophys. Res.*, 96(B1), 729–740
- [39] Schutz, B.E. (1997) New Observational Techniques and Precise Orbit Determination of Artificial Satellites, *Cel. Mechanics*, 66, 79–85
- [40] Schwiderski, E.W. (1980) Ocean tides, Part 1 : Global ocean tidal equationbs, *Marine Geodesy*, 3, 161–207
- [41] Seidelmann, P.K. and B. Kaufman (1994) Proceedings of the Artificial Satellite Theory Workshop, USNO, Washington, November 8-9, 1993, Ed. Seidelman and Kaufman, 262p.
- [42] Slabinski, V.J. (1997) A numerical solution for LAGEOS thermal thrust : the rapid-spin case, *Cel. Mechanics*, 66, 131–179
- [43] Szebehely, V. (1988) Limits of Predictability of Gravitational Systems, *Cel. Mechanics*, 43, 139–145
- [44] Tapley, B.D., B.E. Schutz, R.J. Eanes, J.C. Ries, M.M. Watkins (1993) Lageos Laser Ranging Contributions to Geodynamics, Geodesy, and Orbital Dynamics, *Geodynamics Series — Contribution of Space Geodesy to Geodynamics : Earth Dynamics*, 24, 147–174
- [45] Wagner, C.A. (1973) Zonal gravity harmonics from long satellite arcs by a semi-numeric method, *J. Geophys. Res.*, 78, 3271–3280
- [46] Wagner, C.A., Douglas, B.C., Williamson, R.G. (1974) The ROAD program, Rep. X-921-74-144, Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland.
- [47] Yoder, C.F., Milliams J.G., Dickey J.D., Schutz, B.E., Eanes, R.J., Tapley, B.D (1983) Secular variation of earth’s gravitational harmonic J_2 coefficient from Lageos and nontidal acceleration of earth rotation, *Nature*, 303, 757–762

- [48] Zhu, Y., C.K. Shum, M.K. Cheng, B.D. Tapley, B.F. Chao (1996) Long-period variations in gravity field caused by mantle anelasticity, *J. Geophys. Res.*, 101(B5), 11243–11248