

Département ARTEMIS, UMR 6162

C N Man

Lasers stabilisés

BP 4229 06304 Nice Cedex 4

- Introduction
- Stabilité de laser et précision de mesure exemples
- Caractérisation et principe de stabilisation d'un laser
- Bons candidats lasers
- Choix des références de stabilisation
- Court terme (<< 1s): cavité résonnante
- Long terme (> 1s): raie atomique/moléculaire
- Techniques de stabilisation en DC, en AC (RF)
- Quelques résultats sur les lasers stabilisés
- Conclusion

### Avantages des lasers

Sources Lasers :  $\lambda_L \sim 1 \,\mu m$  vs Sources RF & Micro-ondes:  $\lambda_M \ge 1 \,cm$ 

•résolution plus fine dans mesures de distances

•Plus grandes bandes passantes de communication et plus haut débit

•Liens laser peu sensibles aux effets de propagation de plasmas des RF.

•Faisceau plus directif du laser =>optiques de transmission plus petites donc plus légères •Energie hv associée à chaque photon étant >10<sup>4</sup> plus grande, effets quantiques sont plus importants que effets thermiques kT => erreurs de mesures de phases sont dominées par le bruit de la statistique des photons.

## Bruit de photons

Statistique de comptage des photons a une déviation  $\sqrt{N}$  si N est le nombre de photons.

Ceci donne une limite au déplacement relatif mesurable de:

$$\frac{\delta L}{L} = \frac{\delta \varphi}{\varphi} = \frac{\lambda}{2\pi L \sqrt{N}} = \frac{\lambda}{2\pi L} \sqrt{\frac{h\nu}{\eta P \tau}} = 7.10^{-22} \frac{100 \text{ km}}{L} \sqrt{\frac{1 \text{ W}}{\eta P}} \sqrt{\frac{1 \text{ s}}{\tau}}$$

Quelques ordres de grandeur:

Sur Terre avec Virgo, avec L=3 km, pour mesurer  $10^{-21}$  sur 1 ms, il faut un laser de 1 kW.

Dans l'espace avec L=100 km, on aurait  $3,5x10^{-18}$  pour 1 pW reçu, et un temps d'intégration de 1000 s.

Pour LISA  $L= 5.10^6$  kms, on espère 10-100 pW et sur des temps de 100 s on devrait avoir  $10^{-22}$  en utilisant le laser sur un aller (cf cours A.Brillet)

C.N.Man

## Application aux mesures de champs de gravité

Mesure variations du champ de gravité terrestre = mesures de variations de distance entre satellites:

le lien micro-onde peut donner une résolution spatiale de quelques 100 kms avec une sensibilité de variation de 1 mgal (10<sup>-6</sup> g) alors qu'un laser pourrait donner facilement 50 kms de résolution avec la même sensibilité (Geopotential Research Mission [1]), ..... Interférométrie laser appliquée aux missions spatiales de mesure de champ de gravité a été discutée dès 90 par le JPL [2], P.Bender [3], ....



Ex de GRACE (NASA) lancé en 2002: 2 satellites distants de 220 km à 500 km altitude Actuellement, 10 µm sur 200 km par lien micro-onde et receveurs GPS

Post- GRACE, proposé dès 99 par le JPL en utilisant l'interférométrie laser entre 2 SC [4]

Récemment devant le succès de GRACE, d'autres études ont été proposées par le JPL et le NIST [5]

## Stabilité de laser et précision de mesure

Comment la stabilité de fréquence du laser limite-t-elle la précision de la mesure de distance?



ÖV	1 MHz	1 kHz	1 Hz
L <sub>cok</sub>	a 300 m	300 km	300 000 km

2 - Stabilité de la fréquence d'émission du laser;



A phase constante, la plus petite distance mesurable est reliée à la stabilité du laser par:

$$\delta(L_1 - L_2) = \left(\frac{L_1 + L_2}{2}\right) \cdot \frac{\delta \mathbf{v}}{\mathbf{v}} \cdot \boldsymbol{\beta}$$

Ecole GRGS 2004

## Interférométrie avec laser stabilisé sur Terre

Les projets les plus exigeants en matière de stabilité laser sont ceux de la détection interférométrique des ondes de gravitation : mesurer les variations relatives de longueur de l'ordre de  $3.10^{-23}$  / $\sqrt{Hz}$  sur Terre (détection entre 10 Hz-10 kHz: Virgo, LIGO, Tama, GEO [6] )



$$\frac{\delta L}{L} = \frac{\delta \mathbf{v}}{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{\beta} \approx 3.10^{-23} \cdot \mathbf{\beta} \quad 1/\sqrt{\mathrm{Hz}}$$

Dans la gamme [10Hz-10 kHz] et  $\beta$  est le défaut de contraste du Michelson

Ici L=3 km, si C= 99%, pour détecter l'OG il faut un laser à  $\lambda=1$  µm stabilisé à  $\delta v = 10^{-6}$  Hz / $\sqrt{Hz}$  [10Hz-10 kHz] Ce qui permet de mesurer une variation de longueur de 10<sup>-18</sup> m / $\sqrt{Hz}$ . Interférométrie avec laser stabilisé dans l'espace

•LISA (10s-10000s): projet (ESA-NASA) [7] prévu en 2012,
3 satellites distants de 5 millions de kms



$$\frac{\delta L}{L} = \frac{\delta \mathbf{v}}{\mathbf{v}} \approx 3.10^{-23} \, 1/\sqrt{\text{Hz}} ; \quad [0,1 \text{ Hz} - 0,0001 \text{ Hz}]$$

Laser doit être stabilisé à 10<sup>-23</sup> dans cette gamme de fréquences qui est du long terme; relaxé de qq ordres grandeur si on tient compte d'une bonne connaissance des distances intersatellites et d'un traitement de signal adéquat [8]

## Interférométrie laser pour mesure de variation de distance



## Caractérisation de la stabilité de fréquence 1/3

Champ électrique en sortie du laser :  $E(t) = E_0 \cos[2\pi v_0 t + \phi(t)]$ 

Fréquence instantanée: 
$$\mathbf{v}(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \left[ 2\pi \mathbf{v}_0 t + \mathbf{\phi}(t) \right] = \mathbf{v}_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\mathbf{\phi}(t)}{dt}$$

Fréquence moyenne du laser: 
$$\langle \mathbf{v}(t) \rangle = \lim_{T \to \infty} \int_{-T/2}^{T/2} \mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0 + \frac{1}{2\pi} \lim_{T \to \infty} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{\phi(T/2) - \phi(-T/2)}{T}$$

Ecart à fréquence centrale ou fluctuation de fréquence instantanée :

$$\Delta \mathbf{v}(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\mathbf{\phi}(t)}{dt}$$

Fluctuation relative instantanée de fréquence:

$$y(t) = \frac{\Delta \mathbf{v}(t)}{\mathbf{v}_0}$$

=> Caractériser les (in)stabilités de fréquence du laser dans le domaine temps et fréquence

## Caractérisation de la stabilité de fréquence 2/3

#### Domaine fréquence: densité spectrale de puissance des fluctuations instantanées

Fonction d'autocorrélation:  $C_{\mathbf{v}}(\mathbf{\tau}) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} dt \langle \Delta \mathbf{v}(t) \Delta \mathbf{v}(t+\mathbf{\tau}) \rangle$ 

Densité spectrale = la TF de la fonction d'autocorrélation:  $S_{\mathbf{v}}(f) = \int_{0}^{\infty} C_{\mathbf{v}}(\tau) .cos 2\pi f \tau d\tau$ 

Densité spectrale des fluctuations relatives de fréquence:  $S_y(f) = TF\{C_y(\tau)\}$ 

Densité spectrale des fluctuations de phase:

$$S_{\phi}(f) = \frac{\mathbf{v}_0^2}{f^2} \cdot S_y(f) = \frac{1}{4\pi f^2} S_v(f) \qquad [9]$$

En pratique les analyseurs de spectre donnent directement la densité spectrale linéaire  $\sqrt{S(f)}$  en m/ $\sqrt{\text{Hz}}$  ou V/ $\sqrt{\text{Hz}}$  ou Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$  ...ou 1/ $\sqrt{\text{Hz}}$  qui représente les fluctuations de la grandeur mesurée dans une bande de 1 Hz.

Fluctuations de fréquence => temps très courts << 1s

C.N.Man

Ecole GRGS 2004

Caractérisation de la stabilité de fréquence 3/3

#### **Domaine temps: variance d'Allan** [10]

Moyenner les fluctuations au cours du temps:

$$\Delta \overline{\mathbf{v}}(t_j) = \frac{1}{\tau} \int_{t_j}^{t_j + \tau} \Delta \mathbf{v}(t) dt$$

Où  $\tau$  est la durée de la mesure et l'intervalle de temps entre 2 mesures successives.

Variance d'Allan : 
$$\sigma^2(\tau) = \frac{1}{2\pi v_0^2} \sum_{j=1}^N \left[ \Delta \overline{\mathbf{v}}(t_{j+1}) - \Delta \overline{\mathbf{v}}(t_j) \right]^2$$
 Temps longs > 1s

Conventionnellement on appelle stabilité d'un laser la racine carrée de la variance d'Allan.

Notion plus ambiguë: Largeur de raie  $\delta v \approx$  l'excursion de fréquence intégrée sur un certain de temps de mesure. CP d'un bruit blanc en fréquence,  $\delta v = \pi S^2$ 

On peut relier ces 3 grandeurs entre elles soit quand la densité spectrale de puissance peut etre représentée par une fonction simple du bruit, soit dans les cas limites de faibles excursions ou de fluctuations rapides ... [11]

C.N.Man

## Comment stabiliser la fréquence d'émission d'un laser



Contrôler la fréquence d'émission du laser revient à contrôler la longueur optique de la cavité du laser

Donc il faut "caler" la fréquence d'émission du laser sur la fréquence d'émission d'une référence en la monitorant par un discriminateur qui convertira les fluctuations de fréquences optiques en fluctuations de tension.

### Principe de stabilisation = Problème en théorie de contrôle



Le discriminateur : comparer la fréquence laser à un standard et doit fournir un signal d'erreur linéairement proportionnel à la fluctuation de fréquence.

L'asservissement: amplifie et compense le signal d'erreur produit par le discri . avec un gain G qui est le plus grand possible en BF et la bonne pente pour rester stable. Le transducteur convertit une variation de tension en variation de fréquence (proprement conçu il a une réponse plate en fréquence dans la bande passante de travail) .



Le discriminant (la référence de fréquence) est l'élément important de la boucle: c'est lui qui va limiter les performances du laser asservi.

### Lasers compacts pour le spatial

- *Critères*: bon rendement, faible consommation, fiable, robuste, insensibilité aux brusques accélérations, bonne durée de vie, .....
- Compacité du laser et du mécanisme d'inversion de population dans le laser: pompage optique par laser compact (diodes de durée de vie > 5-10 ans)
- les plus fiables sont lasers à solides (Nd: YVO4, Yb...) pompés par diodes laser, émettant @ 1 μm
- des lasers Nd:YAG qualifiés « spatial » existent, délivrant @ 1-2 W.

Quelques lasers commerciaux à cavité monolithique:





Innolight 15 x 11 x 17 cm<sup>3</sup> 500 mW, 1 kg Cohérence > 1 km



Lightwave Dim 6 x 8 x 20 cm<sup>3</sup> 700 mW, 1.2 kg Cohérence > 1 km





C.N.Man

## Court terme: le choix des références

A court terme t < 1 s, ie f > quelques Hz, les meilleures références sont des références mécaniques: bloc rigide, bonne inertie, ....



Bruit du discriminateur = bruits d'origine quantique et d'origine technique

#### Court terme: Cavité résonnante Fabry-Perot

Bruits de photons:

Utilisé en réflexion, la limite de photons traduite en terme de déplacement est:

$$\delta L_{ph} = \frac{c}{8\mathbf{v}F} \sqrt{\frac{h\mathbf{v}}{\mathbf{\eta}P}} = \frac{1}{F} \sqrt{\frac{1 \text{ mW}}{\mathbf{\eta}P}} \ 1,7 \times 10^{-15} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

Bruit thermique:

$$\delta L_{th} \approx \sqrt{\frac{kT}{MQ}}$$

Peut être non limitatif si choix adéquat de matériau, de taille et forme du bloc; fonctionnement à basse température possible... [12]

#### Ses inconvénients:

dérives thermiques (ULE, Zérodur => coefficient de dilatation proche de 0 + thermostat) vieillissement du matériau ( pas grand chose à faire sur des temps > 1000 s)





## Interrogation de la référence: techniques de stabilisation

Q : Comment comparer la fréquence du laser à celle de la référence pour en faire un discriminateur ?

R : techniques de stabilisation, en continu, en alternatif, .....dont le but est de fabriquer un signal linéaire proportionnel à l'écart de fréquence entre le laser et la référence.

#### Techniques inventées:

• d'abord en DC, puis en modulation AC sur le faisceau transmis par la cavité

• puis en RF (PDH) pour être insensible aux bruits d'amplitude en BF et en réflexion pour s'affranchir de la constante de temps de stockage de la cavité : obtenu les lasers les plus stables utilisées pour les étalons de fréquence





Pour être spatialisable, diminuer le nombre de composants actifs en proposant technique de détection en continu ?

## Techniques de stabilisation en AC: Pound-Drever-Hall [14]



Application aussi en stabilisations sur raie atomique/moléculaire

C.N.Man

## Stabilisation de lasers pour interférométrie OG sur Terre: système lasers ISYS (OCA-ARTEMIS)



#### Résultats pour Virgo: Stabilité à court terme du laser maitre: -1/2 Linear Spectral Density (Hz.Hz Laser libre: en $\frac{10^3}{f}$ Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$ and white and the 10<sup>2</sup> Specs requises pour la préminchala mmmmmlll ... stabilisation 10<sup>0</sup> Bruit de la cavité de référence Bruit de photons pour 3 mA 10<sup>-2</sup> courant continu Signal d'erreur = bruit de l'asservissement 10<sup>-4</sup> MMMMMMmmmm 10<sup>-6</sup> 100 1000 10000 **Frequency (Hz)**

#### Virgo: mesures récentes sur les bras de 3 km



## Transfert de stabilité sur le laser de puissance



Bruit du laser maitre libre

Bruit du laser maitre asservi= bruit de la référence FP

Bruit transféré sur le laser de puissance

Ecole GRGS 2004

## Technique en DC: Tilt-Locking [15]



C.N.Man

Ecole GRGS 2004

# Tilt-Locking (suite)



Applications en stabilisation sur cavité, sur raie atomique/moléculaire, .....



## Comparaison entre PDH et TL

Très robuste devant perturbations violentes et rapides en fréquence (fréquentes dans un labo normal) Technique donnant les meilleurs stabilités de laser actuellement

Utilise plus de composants optiques et électroniques qu'une technique en DC.

Avantage: moins de composant actif, moins de consommation électrique Peu robuste devant perturbations violentes (peu fréquentes dans un labo spatial )

Inconvénients: sensibilité à position du faisceau, surmontable avec faisceau fibré en entrée

Ecole GRGS 2004

## Long terme : le choix des références

A long terme, les meilleures références sont les références atomiques ou moléculaires: Raie d'absorption ou de fluorescence des transitions hyperfines de l'H, du Cs, du Rb, (cf cours horloges de N.Dimarcq), d'ions piégés Hg<sup>+</sup>, Sr,.... atomes froids Ca, ... de molécules Cs<sub>2</sub>, C<sub>2</sub>H<sub>2</sub> (proche IR), I<sub>2</sub> (les plus fines raies dans le milieu du visible), ....

Leurs fréquences de transitions invariables au cours du temps, leurs raies sont très fines si pas d'élargissement par effet Doppler, par collisions (fortes pressions), par saturation, par temps de transit du photon, .....

•Jets atomiques pour sélection d'une vitesse	
•Atome ralenti par lasers	étalons de fréquence
<ul> <li>Ion piégé dans trappe électrique ou magnétique</li> </ul>	>
•	
•Absorption saturée sans effet Doppler dans molécule (cuve scellée)	
-	

Un bon candidat pour future mission spatiale de géodésie ou de détection interférométrique des OG pourrait être un laser à solide stabilisé sur une bonne référence à long terme comme l'iode moléculaire

# Long terme: référence moléculaire

Avantages: aucune dérive au cours du temps

*Inconvénients*: trouver des coïncidences avec la fréquence d'émission du laser; parfois nécessité de doubler la fréquence d'émission du laser (composant optique supplémentaire)

*Techniques d'interrogation* variées: absorption saturée avec 2 faisceaux provenant du même laser, dispersion saturée, avec modulation de phase/d'amplitude d'un faisceau....

*Bon candidat*: Iode moléculaire (très nombreuses raies dont les plus fines dans le visible) [13] scellée dans une cuve en verre dont on contrôle la pression en contrôlant un point froid (photo)



# Absorption saturée sans effet Doppler

















Levie Citto Evol



## Résultats actuels à Long Terme [16]



Laser commercial Innolight doublé en fréquence et stabilisé sur l' $I_2$  en absorption saturée Dim 40 x 50 x 15 cm<sup>3</sup>



Sageis CSO: modèle MOUSE- laser 1,5 stabilisé sur  $C_2H_2$  à 10-10 sur 1 heure, 5.10-11 sur 5000 s, et interféromètre en optique intégrée donnant résolution de 0,06 nm sur 500 m.

### Résultats actuels à Long Terme [17]

Gill et al. NPL 2004



2 lasers stabilisés séparément sur 2 cavités et mesure de battement des 2 fréquences



Cavités sont sous vide, thermostatées < 1 mK, isolées sismiquement, acoustiquement (chambre de  $7\text{m}^3$  avec double paroi, portes 1,5-2T, .....)

Limité par vibrations résiduelles des FP



C.N.Man

Ecole GRGS 2004

### Résultats actuels à long terme [J.Hall réf 19]





Т

T

## Conclusion

En résumé, un niveau de laser stabilisé sur l'Iode de  $1 \times 10^{-14}$  sur 10s à 5 000s est raisonnable comme objectif pour un laser spatialisable [20].

Il faut aussi exploiter des raies qui sont plus fines autour de 514 nm (laser à Ar+) qu'à 532 nm (laser à YAG:Nd doublé) : développer des lasers compacts autour de 1030 nm (YAG:Yb).

Un laser stabilisé sur l'Iode est beaucoup moins complexe qu'une source microonde de stabilité équivalente et les optiques seraient plus simples aussi

Les effets de bruit de mesure de phase sont très faibles: 1 microradian démontré par J.L.Hall et al. [21] .

## Références bibliographiques

- [1] T.Keating et al. *Geopotential Mission Research, science, engineering & program summary,* NASA Techn Memorandum 86420, Goddard, 1986
- [2] B.L.Schumaker, JPL Pub 90-50, Caltech, Pasadena, p133-146 (1990)
- [3] P.L.Bender, IAG Symposium vol 110, p 63-72, Springer-Verlag 1992
- [4] M.M.Watkins et al. « EX5: a laser interferometer follow-on GRACE mission », meeting GGG 2000 Banff, Canada
- [5] R.S.Nerem, P.L.Bender et al. Space Sci.Rev. Vol 108, p 385 (2003)
- [6] <u>http://www.virgo.infn.it; http://www.ligo.caltech.edu/; http://tamago.mtk.nao.ac.jp/tama.html;</u> http://www.geo600.uni-hannover.de/
- [7] K.Danzmann et al. LISA: laser interferometer space antenna Pre-phase A report, MPQ 233, 1998
- [8] G.Giamperi et al. Opt.Comm. Vol123, p 669 (1996)
- [9] L.S.Cutler & S.L.Searle, Proc IEEE, vol 54, p.136, 1966
- [10] D.W.Allan, Proceedings of the IEEE, vol 54, p 221-230, 1966
- [11] J.A.Barnes et al. IEEE Trans Instr. Meas. Vol IM-20, p 105 (1971)
- [12] F.Bondu, P.Fritschel, C.N.Man, A.Brillet, Opt.Lett, vol 21 p 482 (1996)
- [13] J.Ye, et al, IEEE Trans. Instrum.Meas. Vol 48, p 544 (1999)
- [14] P.R.W.Drever, J.L.Hall, et al. Appl.Phys.B vol 31, p 97 (1983)
- [15] D.A.Shaddock et al, Opt.Lett. Vol 24, p 1499 (1999)
- [16] voir site web Innolight GmbH
- [17] S.A.Webster et al., Opt.lett., vol 29, p1497 (2004)
- [18] A.Araya et al. Rev Sci. Inst. Vol 73, p 2434 (2002)
- [19] J.L.Ye, L.S.Ma, J.L.Hall, Phys.Rev.Lett. Vol 87, p 270801 (2001)
- [20] P.L.Bender, J.L.Hall, J.Ye, W.M.Klipstein, Space Sci.Rev. Vol 108, p 377 (2003)
- [21] J.Ye, J.L.Hall Opt.Lett, vol 24, p1838 (1999)