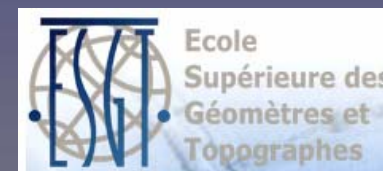


# La gravimétrie mobile

Principes fondamentaux, instrumentation, performances

Jérôme Verdun et José Cali



# La gravimétrie mobile

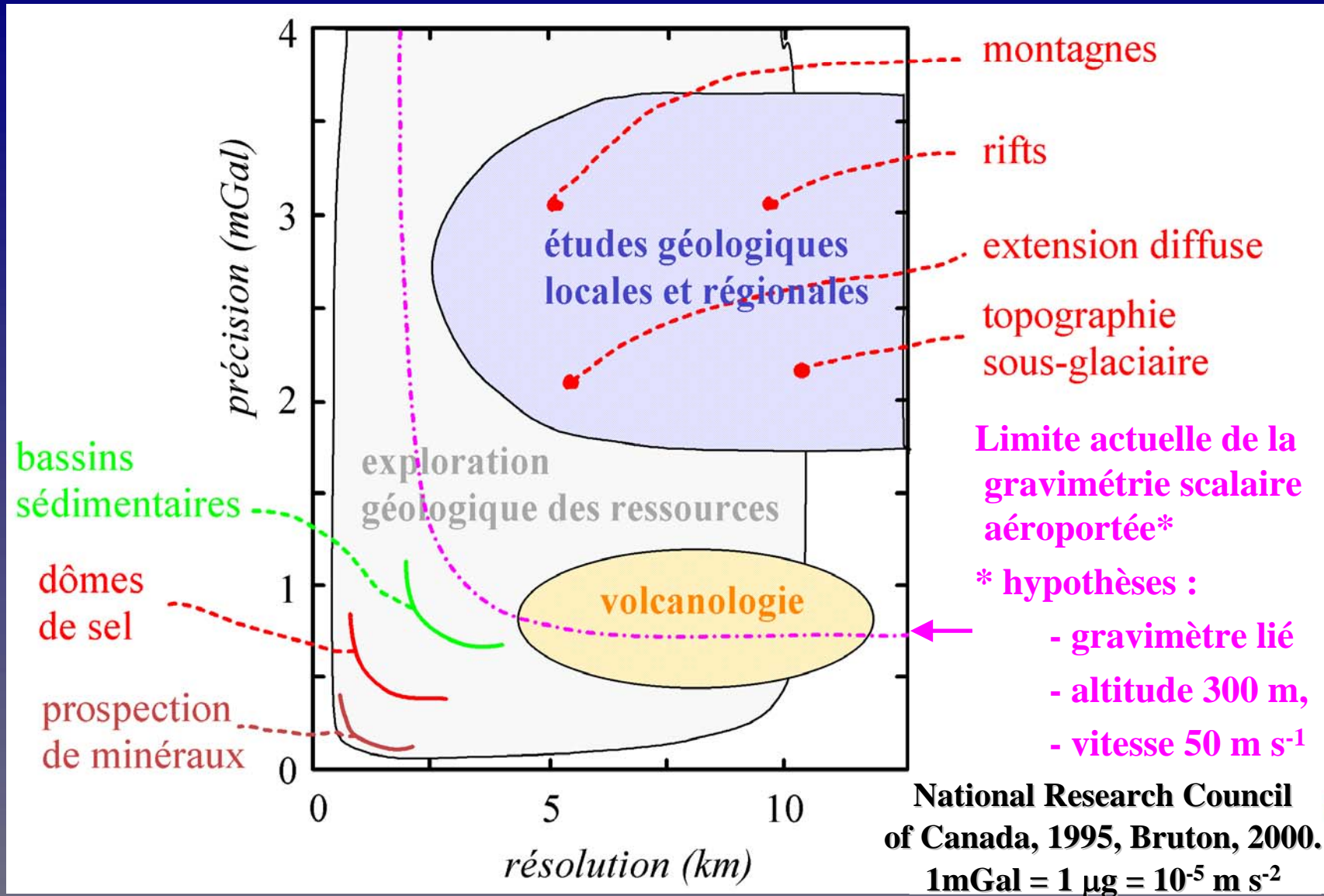
Principes fondamentaux, instrumentation, performances

## Plan de la présentation

- Les enjeux de la gravimétrie mobile
- Exemples de systèmes de gravimétrie mobile
- Métrologie en gravimétrie mobile
- Traitement des données en gravimétrie mobile
- Perspectives

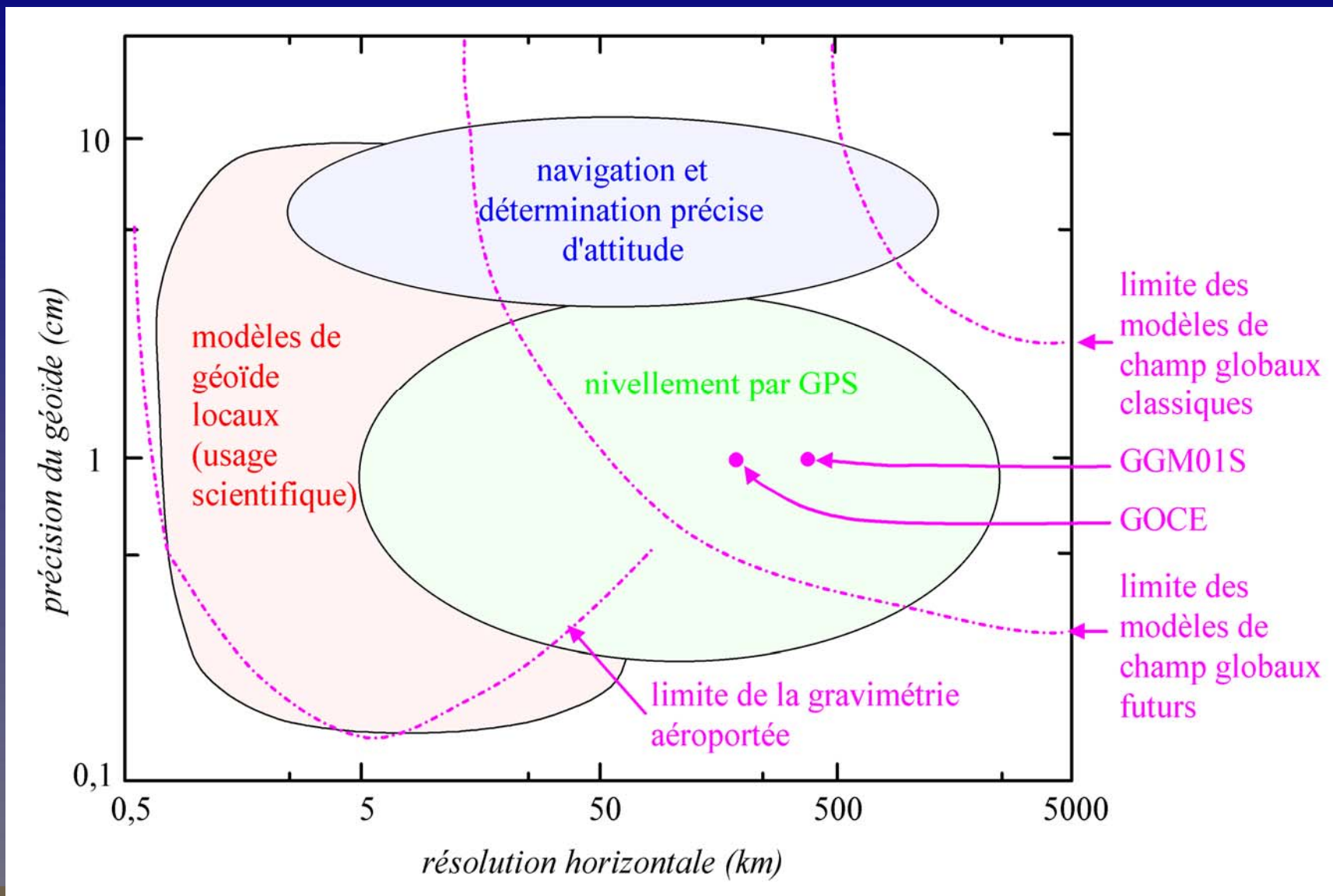
# Enjeux de gravimétrie mobile

## géologie et géophysique



# Enjeux de gravimétrie mobile

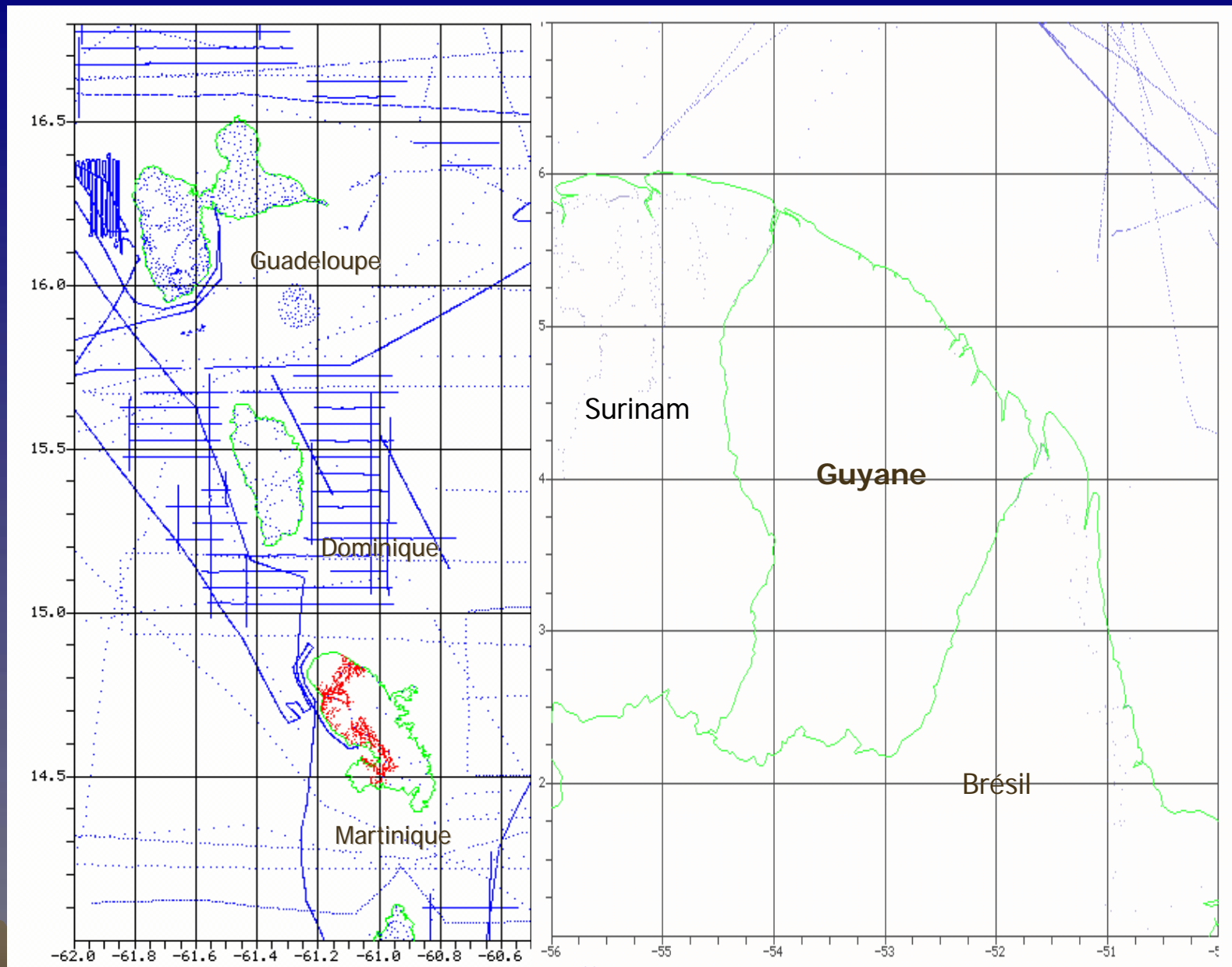
## Modélisation du géoïde



Schwarz and Li, 1996, ESA, 1999, Bruton, 2000

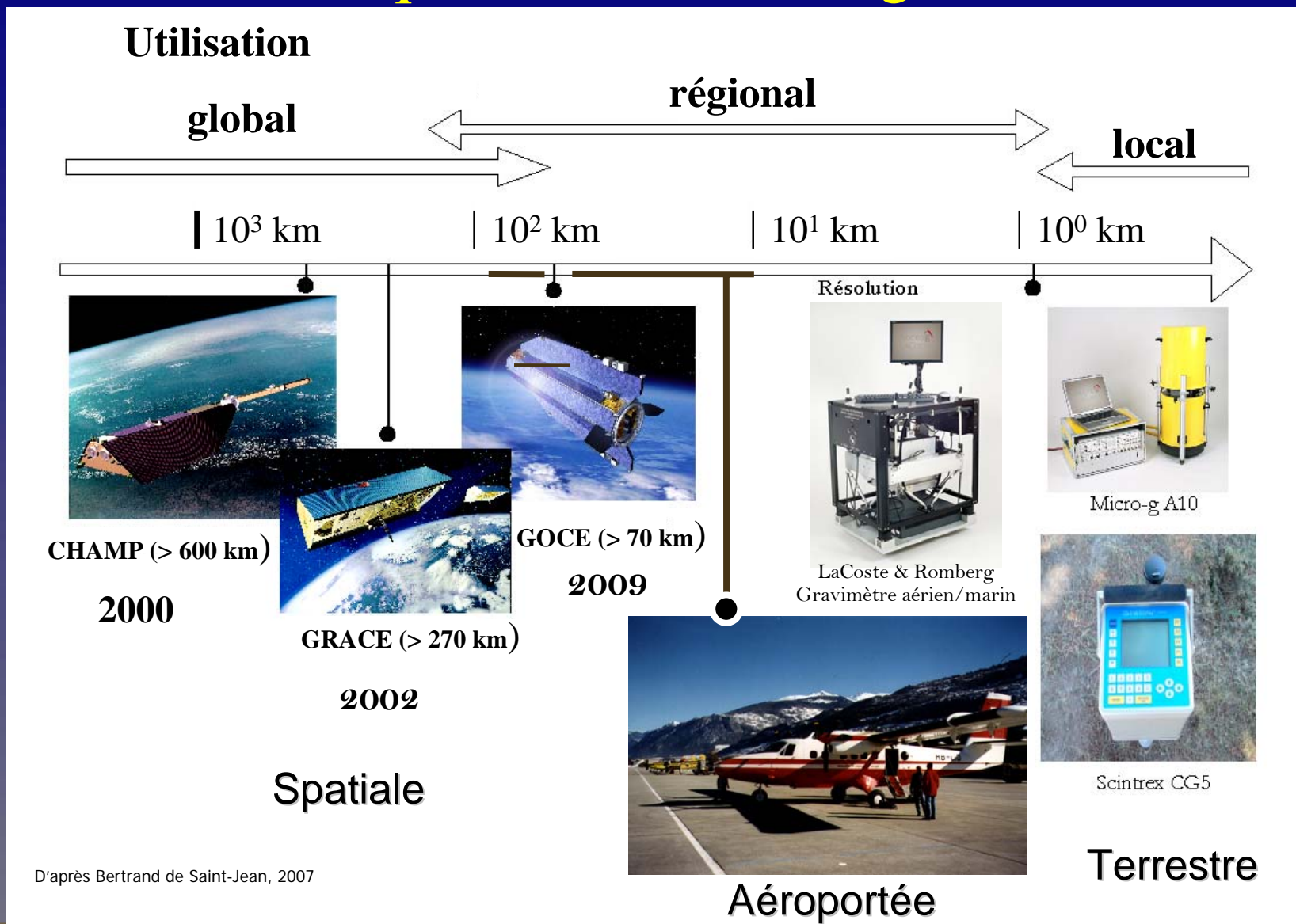
# Enjeux de gravimétrie mobile

## Mesures de la pesanteur terrestre



# Enjeux de gravimétrie mobile

## Techniques modernes en gravimétrie



# Enjeux de la gravimétrie moderne

Objectif à moyen terme

« **ultra-high-degree spherical harmonic gravity model** »

$n_{\max} > 2000 \Rightarrow$  Résolution spatiale  $< 10$  km



Densification des mesures gravimétriques à haute résolution



Mesures complémentaires dans la gamme 10 km – 100 km

- non couverte par la gravimétrie spatiale
- mal couverte par la gravimétrie terrestre

Mesures complémentaires dans les régions peu accessibles par gravimétrie classique : chaînes de montagnes, marges continentales, forêts denses, volcans, îles, déserts...

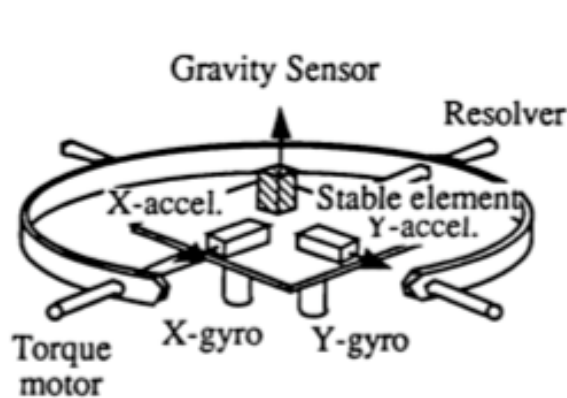
 **Gravimétrie mobile**

# Exemples d'instruments

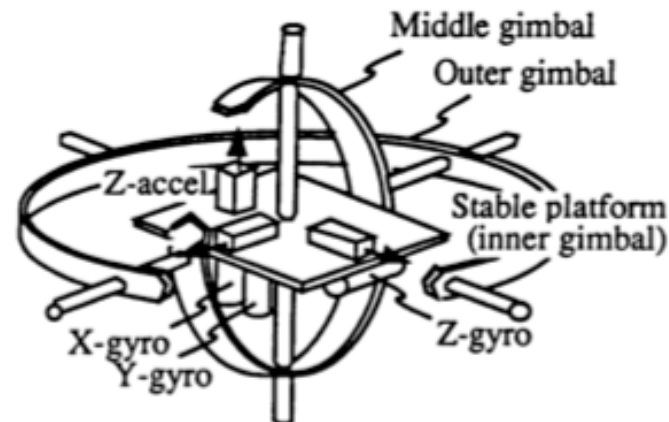
## Configurations possibles de l'instrumentation

Plate-forme stabilisée inertielle

$$C_n^b = I_3$$

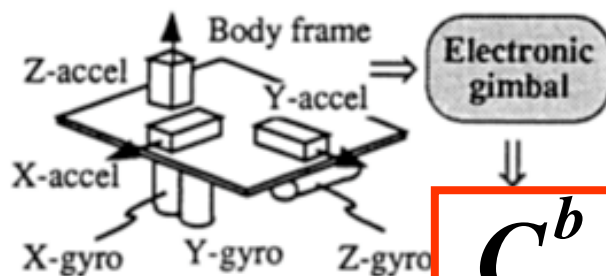


a) Damped platform



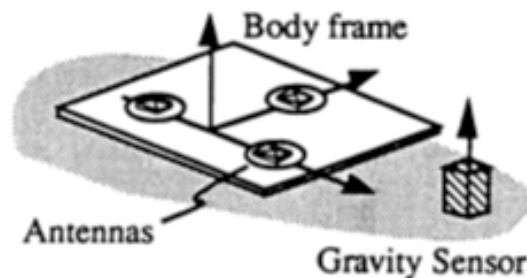
b) Schuler-tuned platform

Centrale de navigation inertielle +  
Système de positionnement



c) Strapdown INS

$$C_n^b$$



d) GPS multi-antenna

# Exemples d'instruments

## Systemes à plate-forme stabilisée

Air-sea gravity system II



TAGS Air III gravity meter

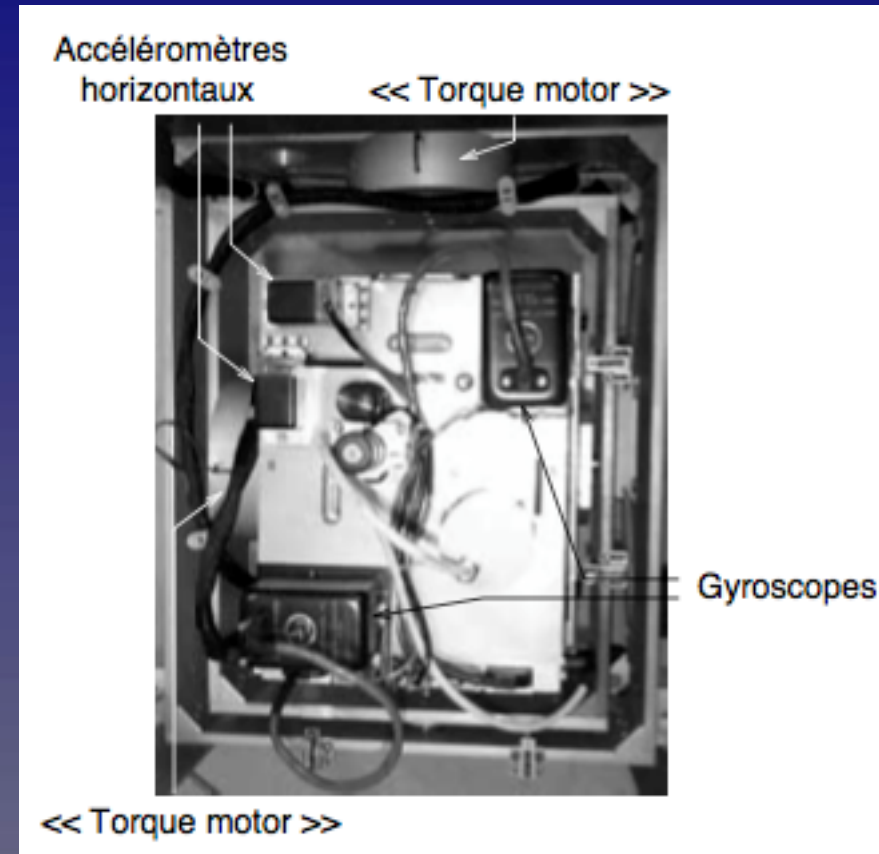
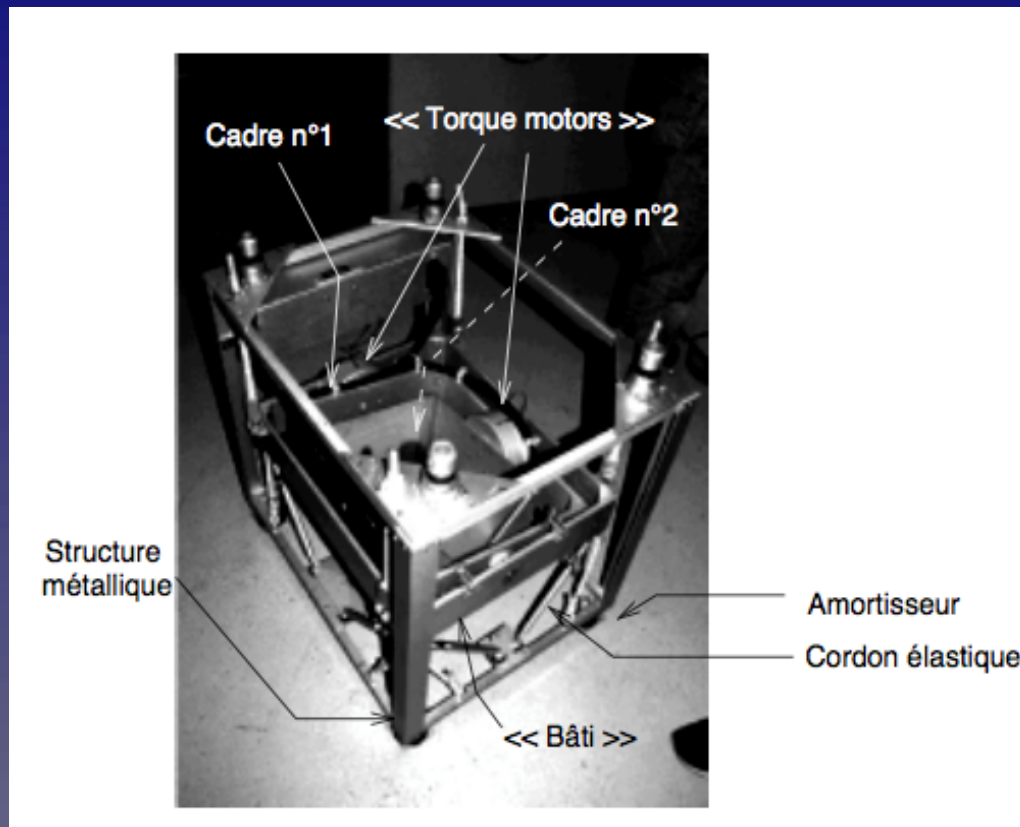


© Micro-g LaCoste

# Exemples d'instruments

## Systemes à plate-forme stabilisée

### Détail de la plate-forme



# Exemples d'instruments

## Systeme « LIMO-g »

LIMO-g = « LIght MOving gravimetry system »

## Systeme de gravimétrie inertielle vectorielle mobile

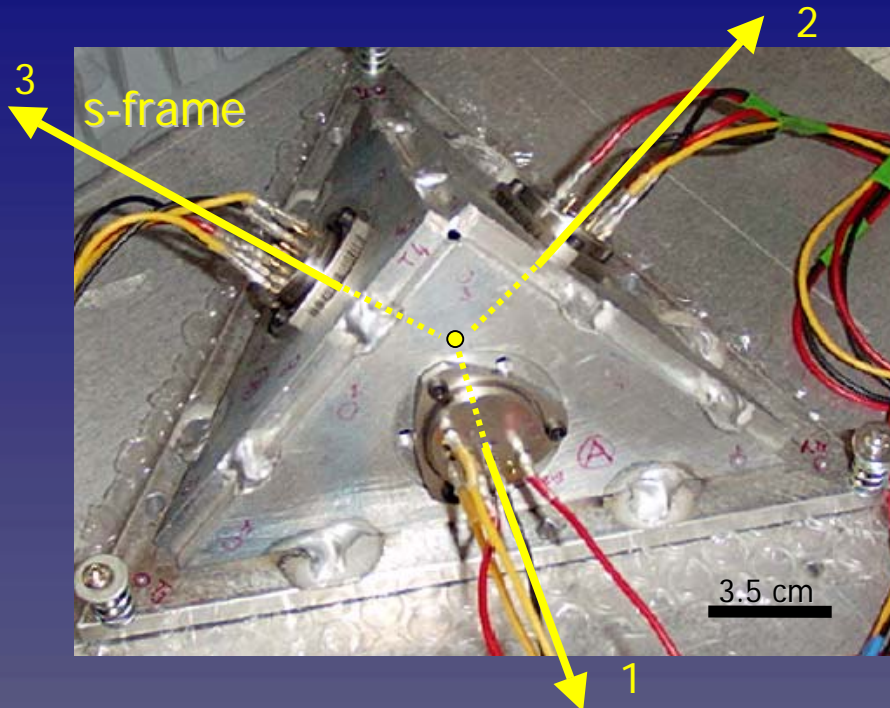
- \* Systeme « strapdown » = fixé au véhicule porteur
- \* Léger < 30 kg (sans accumulateurs)
- \* Bon marché ~ 50 000 € = 1/8 prix d'un gravimètre de LaCoste
- \* Précision : 1  $\mu$ g (1 mGal)
- \* Gamme de résolutions : 1 à 100 km

\*\*\*\*\*

# Exemples d'instruments

## Systeme LIMO-g : composition

Triade d'accéléromètres Q-Flex 3000-020 (Honeywell)



Gamme de mesure	$\pm 2g$
Biais	$< 4 \mu g$
Résolution	$< 1 \mu g$
Bande passante	$> 300 \text{ Hz}$
Facteur d'échelle	$1.33 \text{ mA/g}$ (à 10% près)

Mesure des **3 composantes** de l'accélération du point central de la triade par rapport à un référentiel inertiel (i-frame) dans le référentiel de l'instrument (s-frame)

# Exemples d'instruments

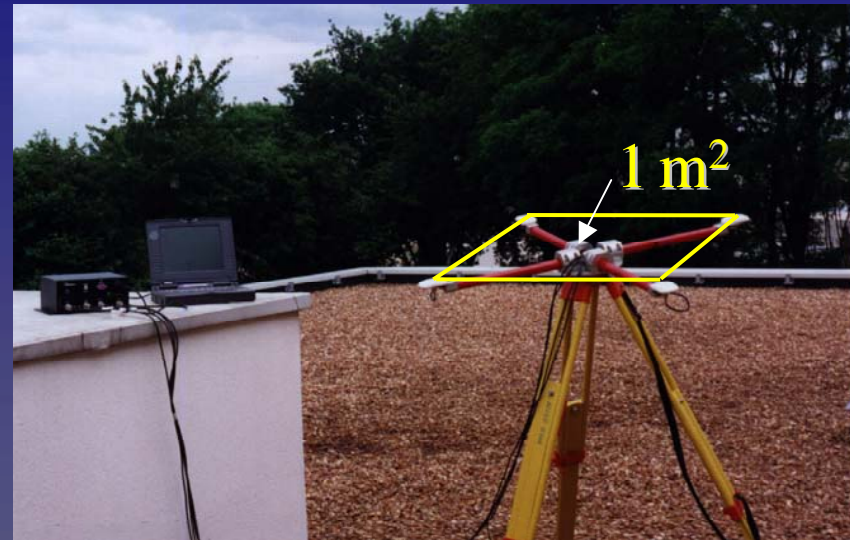
## Systeme LiMO-g : composition

### Récepteur GPS multi-antennes ADU2 (Ashtech)



Récepteur GPS mono-fréquence 12 canaux

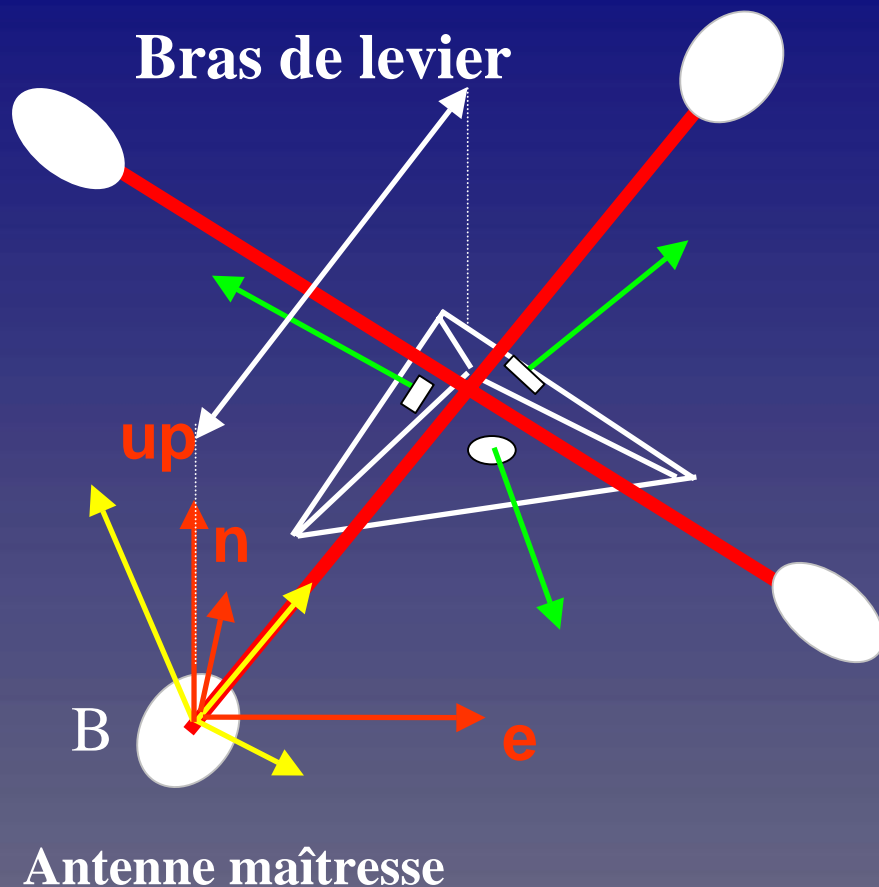
- \* Fréquence d'acquisition : 2 Hz
  - \* Précisions<sup>(1)</sup> sur l'attitude (rms)
    - lacet :  $0.2^\circ$
    - roulis et tangage :  $0.4^\circ$
- (1) Surface de réseau :  $1 \text{ m}^2$



Réseau de 4 antennes

# Exemples d'instruments

## Systeme LiMO-g : composition



Référentiel du véhicule  
(b-frame)

Référentiel de navigation  
(n-frame)

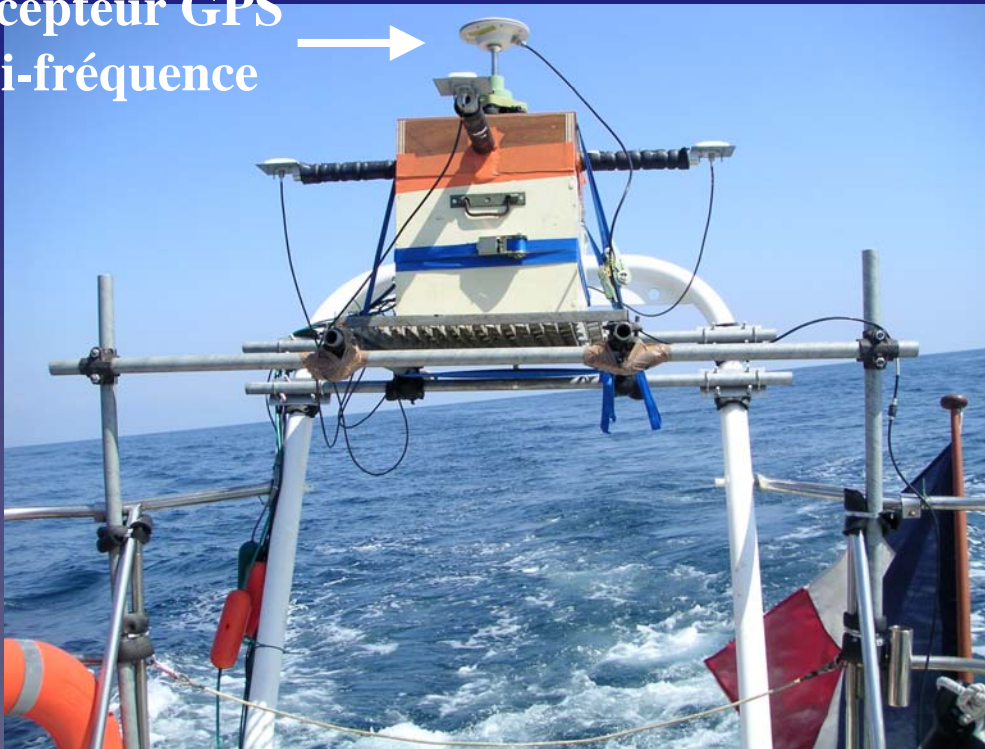
Référentiel de l'instrument  
(s-frame)

# Exemples d'instruments

## Systeme LiMO-g : composition

### Positionnement de l'antenne maîtresse

Récepteur GPS  
bi-fréquence



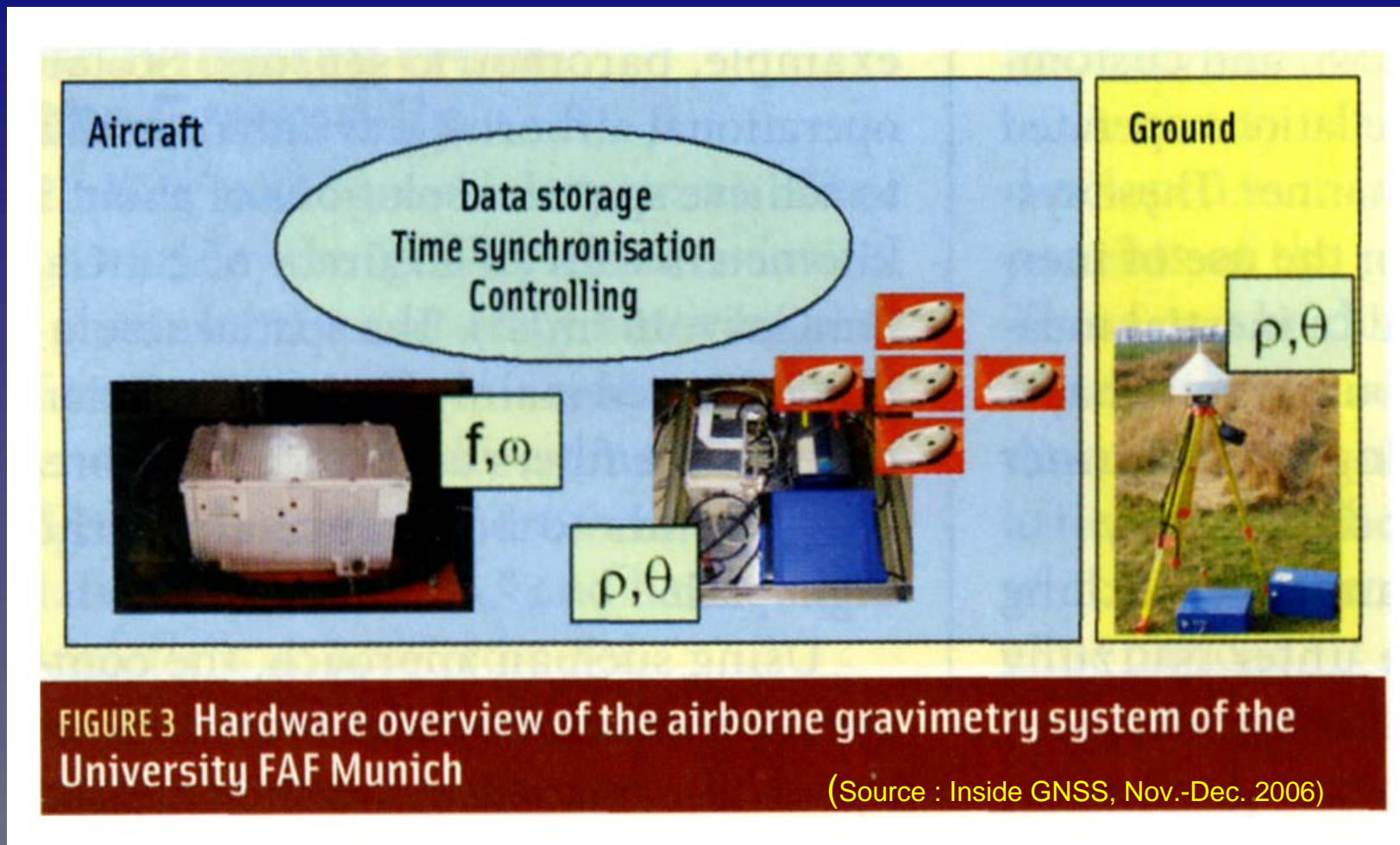
Positionnement différentiel  
cinématique/station fixe

Fréquence d'acquisition : 1 Hz

# Exemples d'instruments

## Les systèmes « concurrents »

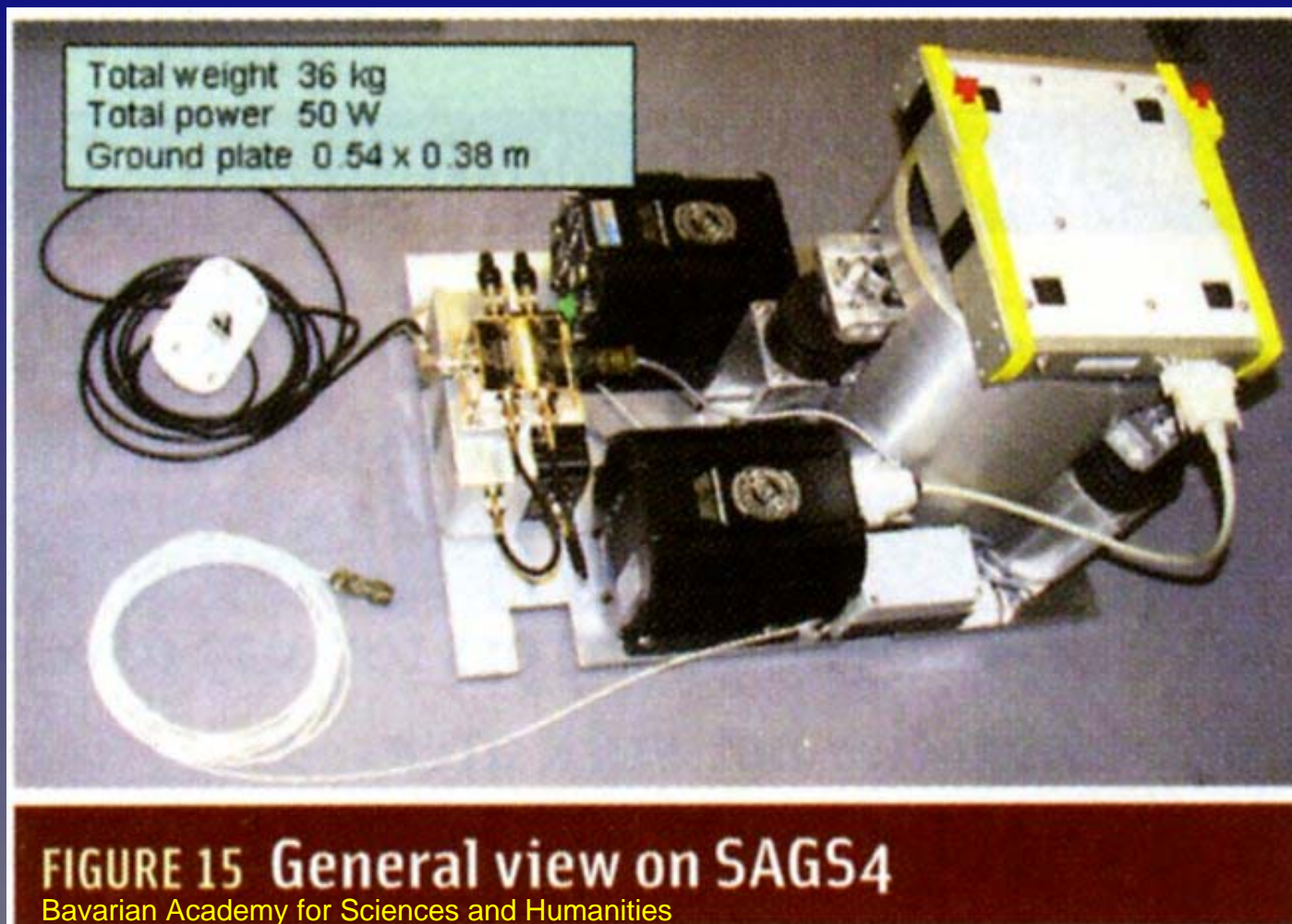
Système hybride « centrale de navigation/GPS multi-antennes »



# Exemples d'instruments

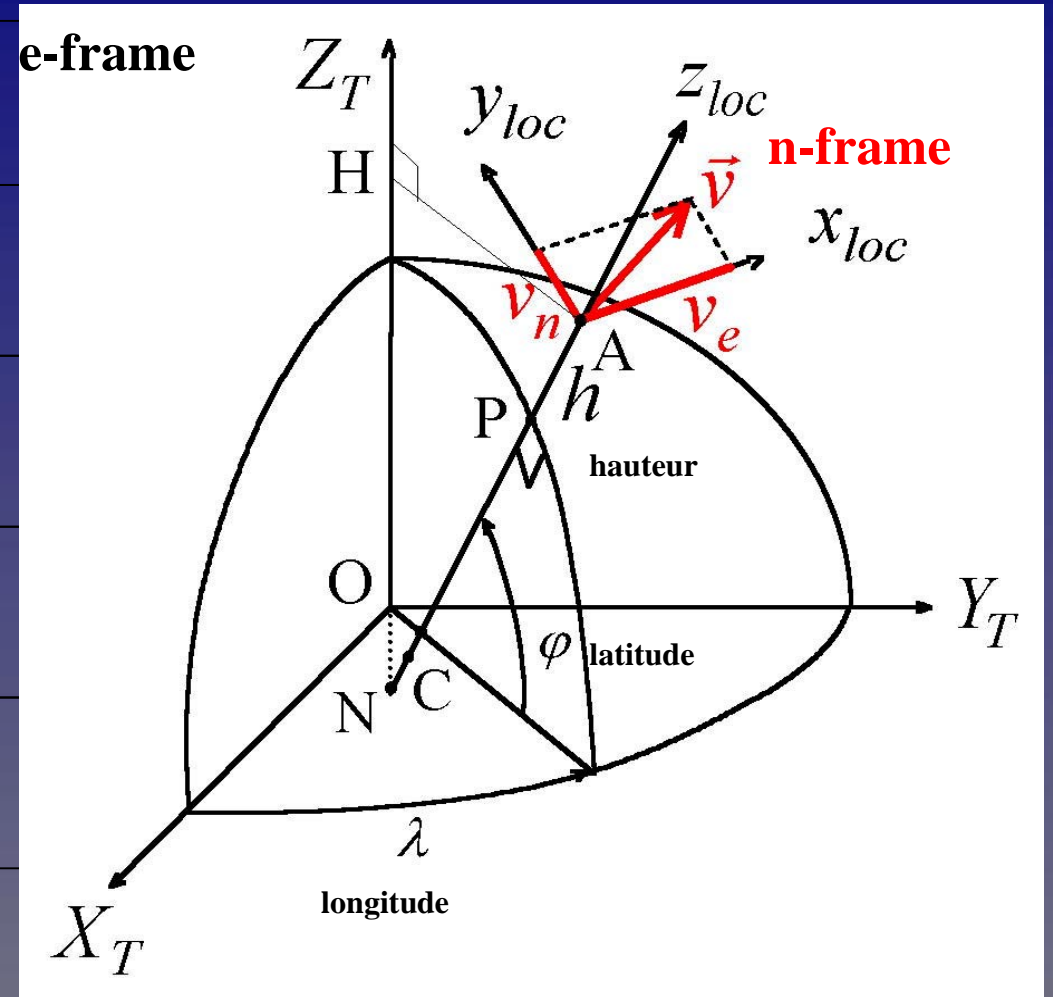
## Les systèmes « concurrents »

Systeme à éléments discrets



## Les référentiels

● Référentiel galiléen :	<b>i-frame</b>
● Référentiel lié à la Terre :	<b>e-frame</b>
● Référentiel de navigation :	<b>n-frame</b>
● Référentiel du véhicule :	<b>b-frame</b>
● Référentiel de l'instrument :	<b>s-frame</b>



## Notations

Coordonnées du vecteur  $\mathbf{X}$   
dans le référentiel  $\mathbf{a}$

$$\mathbf{X}^a = \begin{bmatrix} X_x^a \\ X_y^a \\ X_z^a \end{bmatrix}$$

Passage du référentiel  $\mathbf{a}_1$   
au référentiel  $\mathbf{a}_2$

$$\mathbf{X}^{a_2} = C_{a_1}^{a_2} \mathbf{X}^{a_1}$$

Matrice de passage

## Notations

### Dérivée temporelle d'une matrice de passage

$$\frac{dC_{a_1}^{a_2}}{dt} = \dot{C}_{a_1}^{a_2} = C_{a_1}^{a_2} \Omega_{a_2 a_1}^{a_1}$$

Vecteur rotation du référentiel  $\alpha_1$  par rapport au référentiel  $\alpha_2$  projeté dans  $\alpha_1$

$$\left( \omega_x^{a_1}, \omega_y^{a_1}, \omega_z^{a_1} \right)$$

Matrice des vitesses angulaires de  $\alpha_1$  par rapport à  $\alpha_2$  projeté dans  $\alpha_1$

$$\Omega_{a_2 a_1}^{a_1} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z^{a_1} & +\omega_y^{a_1} \\ +\omega_z^{a_1} & 0 & -\omega_x^{a_1} \\ -\omega_y^{a_1} & +\omega_x^{a_1} & 0 \end{pmatrix}$$

# Métrologie en gravimétrie mobile

## Accélération mesurée

2<sup>e</sup> loi de Newton appliquée au corps d'épreuve de l'accéléromètre

$$\ddot{\mathbf{X}}^i = \mathbf{G}^i + \mathbf{a}^i$$

Accélération totale

Accélération  
gravitationnelle

Force de rappel  
par unité de masse

Mesurée par  
l'accéléromètre  
« specific force »

## Équation de mesure

$$\mathbf{a}^s = C_b^s C_n^b(\phi) C_e^n(\mathbf{X}_{EB}^e) \left[ \ddot{\mathbf{X}}_{EB}^e + 2\Omega_{ie}^e \dot{\mathbf{X}}_{EB}^e \right] - C_b^s C_n^b(\phi) \mathbf{g}^n + \mathbf{a}_L^s$$

Matrice statique

Matrice d'attitude

$$\phi = [\chi, \psi, \alpha]^T$$

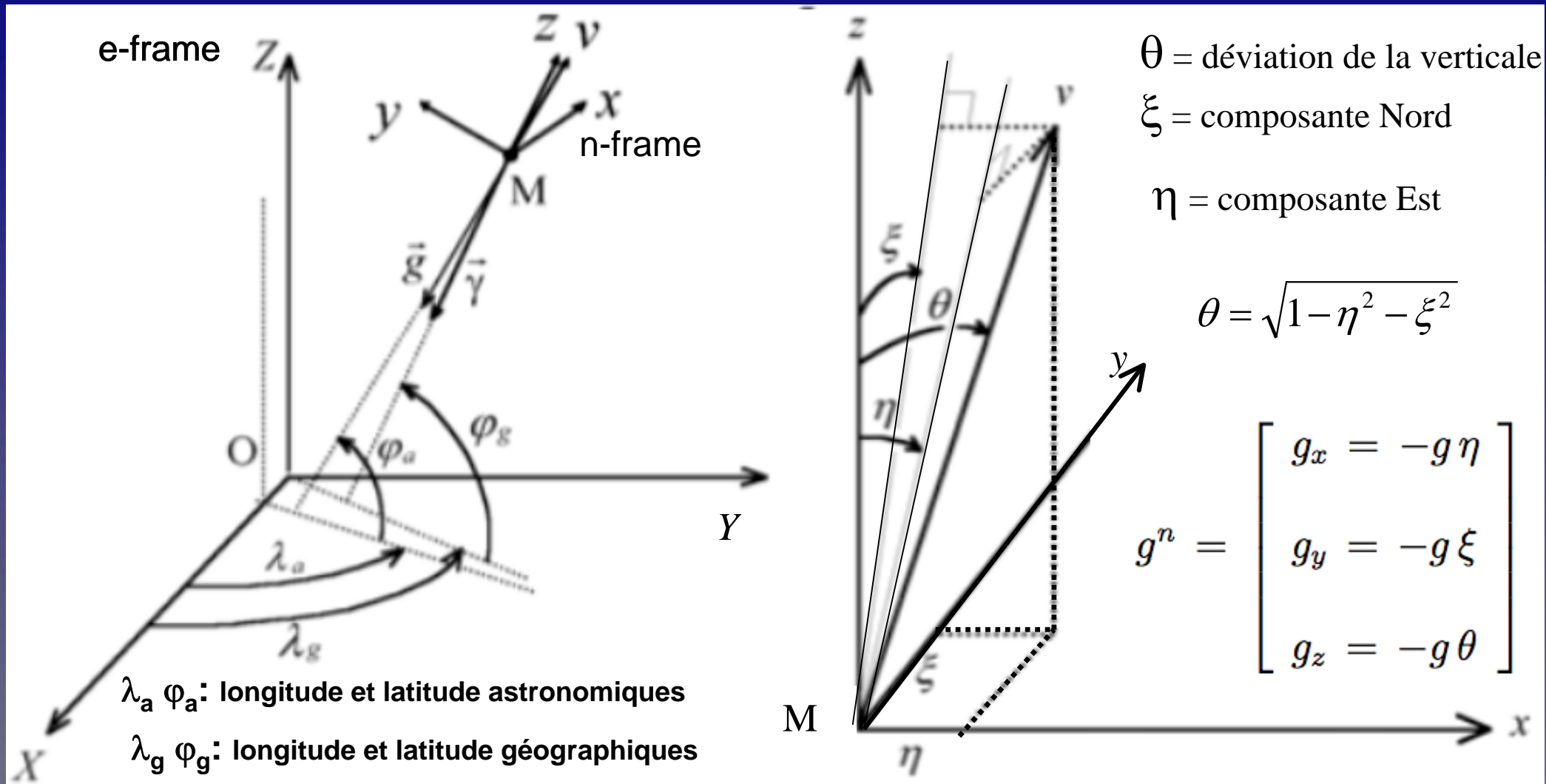
Matrice de position

Vecteurs position, accélération, et vitesse du point B ∈ véhicule

Pesanteur (gravitation + rotation de la Terre)

Terme de bras de levier

## Coordonnées $g^n$

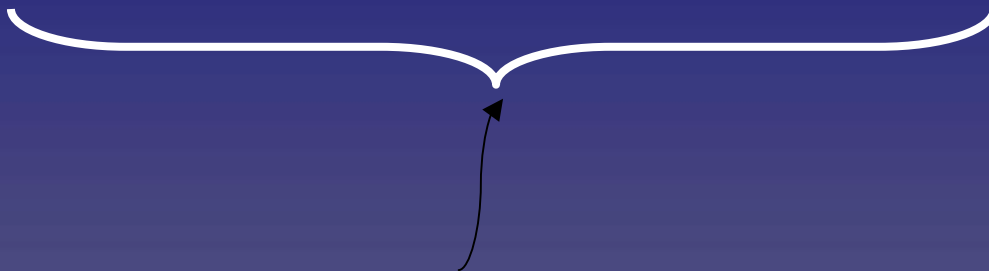


Source : Henri Duquenne, cours master II astronomie astrophysique, Ile de France

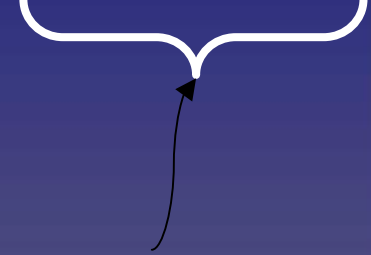
# Métrologie en gravimétrie mobile

## Termes non gravitationnels

$$g^n = C_e^m(\mathbf{X}_{EB}^e) \left[ \ddot{\mathbf{X}}_{EB}^e + 2\Omega_{ie}^e \dot{\mathbf{X}}_{EB}^e \right] - C_b^m(\phi) C_s^b \mathbf{a}^s + C_b^m(\phi) C_s^b \mathbf{a}_L^s$$



T1



T2

## Terme non gravitationnel T1

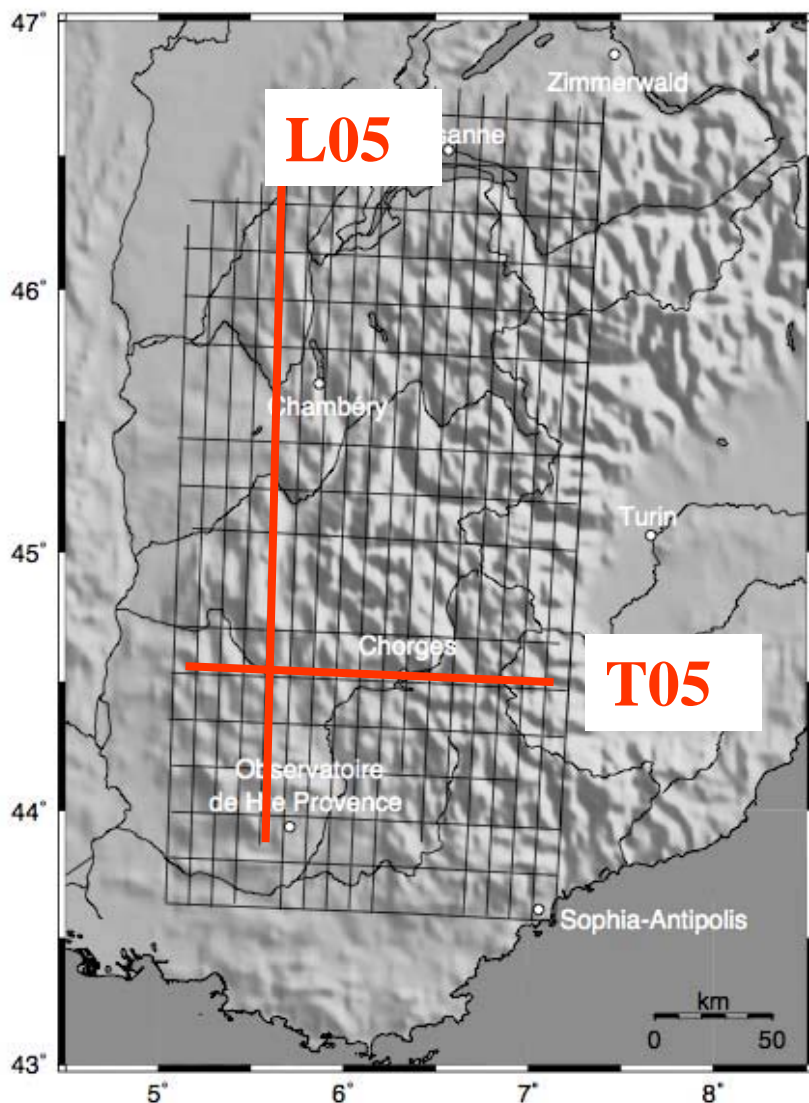
$$T_{1z} = E - \ddot{h} \quad (\text{composante suivant la normale à l'ellipsoïde})$$

$$E = \frac{V_N^2}{a} \left( 1 - \frac{h}{a} + f(2 - 3 \sin^2 \varphi) \right) + \frac{V_E^2}{a} \left( 1 - \frac{h}{a} - f \sin^2 \varphi \right) + 2 V_E \omega_T \cos \varphi$$

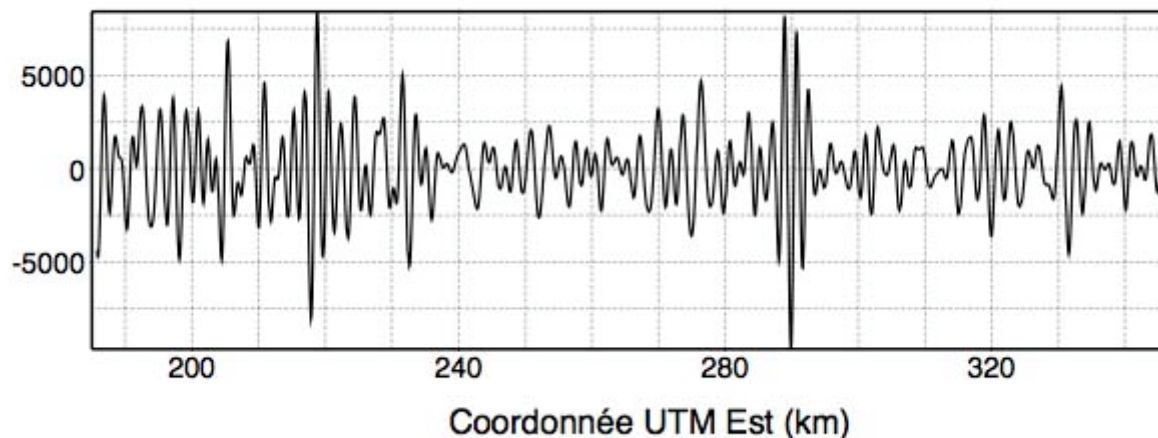
### Correction d'Eötvös

- $a$  : demi-grand axe de l'ellipsoïde
- $f$  : aplatissement de l'ellipsoïde
- $\omega_T$  : vitesse angulaire de rotation de la Terre
- $\varphi$  : latitude géographique
- $h$  : hauteur au-dessus de l'ellipsoïde
- $\mathbf{V}^n = [V_E, V_N, \dot{h}]^T$  : vitesse par rapport à la Terre projetée dans n-frame

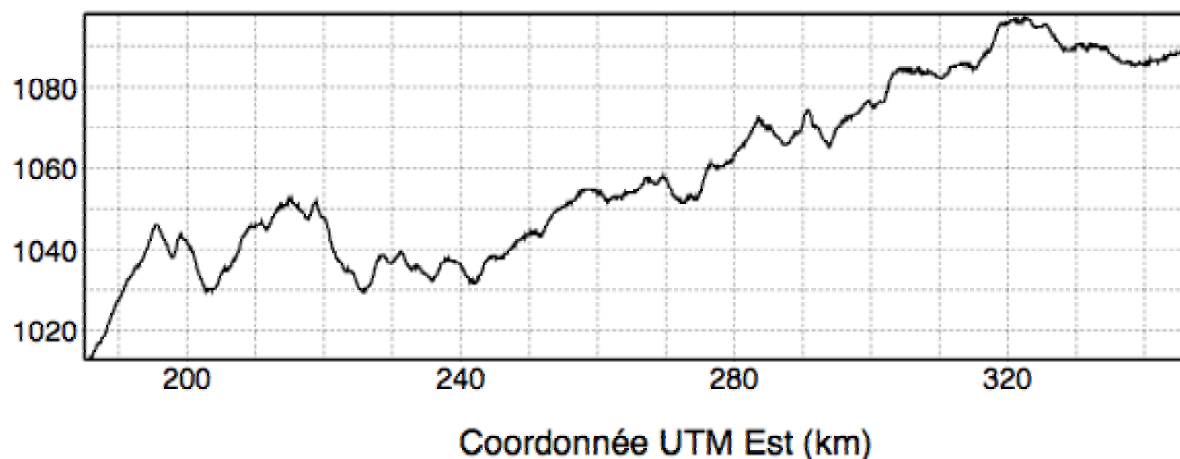
## Terme non gravitationnel T1



Accélération verticale (mGal). Profil T05a.



Correction d'Eötivös (mGal). Profil T05a.



## Terme T2 : bras de levier

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}_L^s = & C_b^s C_n^b \left( \Omega_{en}^n \Omega_{en}^n C_b^n + \dot{\Omega}_{en}^n C_b^n + 2\Omega_{en}^n C_b^n \Omega_{nb}^b + C_b^n \Omega_{nb}^b \Omega_{nb}^b + C_b^n \dot{\Omega}_{nb}^b + 2C_e^m \Omega_{ie}^e C_n^e \Omega_{en}^n C_b^n \right. \\
 & \left. + 2C_e^m \Omega_{ie}^e C_n^e C_b^n \Omega_{nb}^b + C_e^m \Omega_{ie}^e \Omega_{ie}^e C_n^e C_b^n \right) L_b
 \end{aligned}$$

Coordonnées du vecteur bras de levier  
 dans le référentiel du véhicule  
 (Maximum : 300  $\mu\text{g}$  pour 1 m)

# Métrologie en gravimétrie mobile

## Mesures complémentaires nécessaires

### Mesures préliminaires

- Géométrie des capteurs d'accélération
- Bras de levier

$$C_b^s$$

$$L^b$$

### Mesures in situ

- Position d'un point du véhicule
- Attitude du véhicule

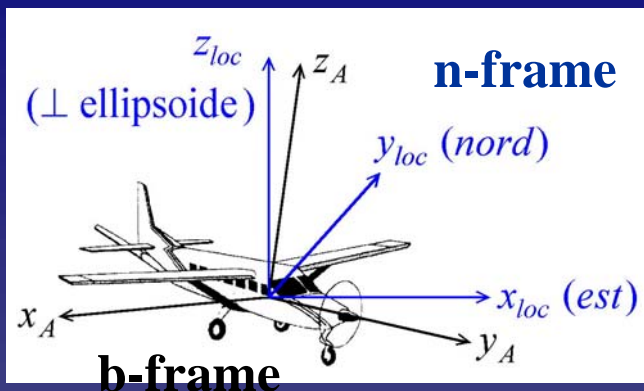
$$X_{EB}^e$$

$$\phi = [\chi, \psi, \alpha]^T$$

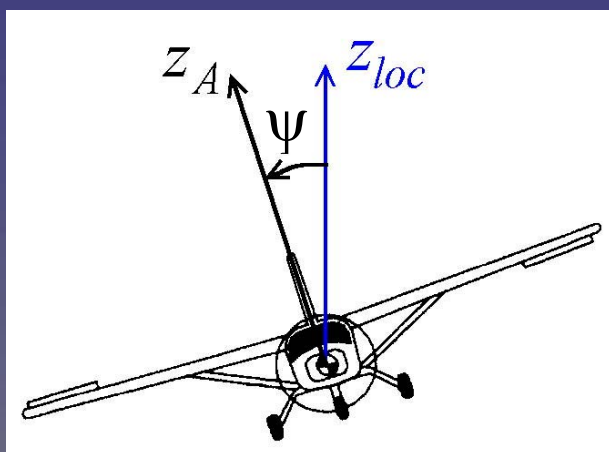
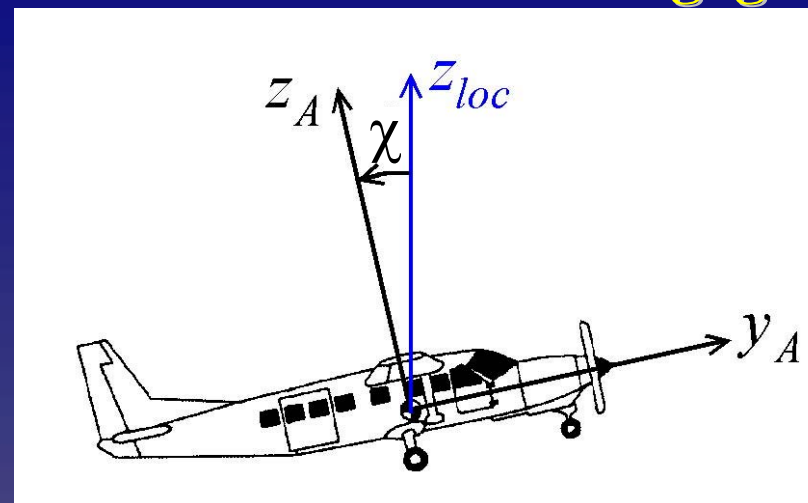
# Métrologie en gravimétrie mobile

## Définition de l'attitude

### Référentiel du véhicule

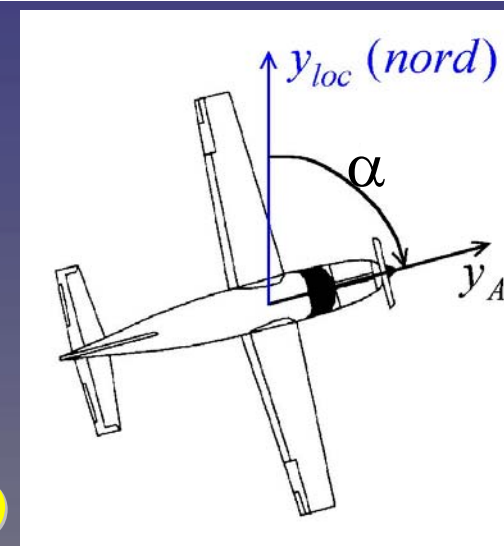


### Le tangage



### Le roulis

### Le cap (lacet)



# Traitement des données en G.M.

## Filtre de Kalman

Vecteur d'état

Vecteur des 24 paramètres estimés

$$x = [\ddot{X}^e, \dot{X}^e, X^e, \dot{\phi}, \phi, \delta\ddot{g}^n, \delta\dot{g}^n, \delta g^n]^T$$

Discrétisation

$$x_k = x(kT)$$

T, période d'échantillonnage ; k entier

# Traitement des données en G.M.

## Filtre de Kalman

### Principe général

Minimisation d'une combinaison des erreurs de modèle  
et des erreurs d'observation

$$J(x_k) = \frac{1}{2} \left[ (x_k - \hat{x}_{k/k-1})^T Q_{k/k-1}^{-1} (x_k - \hat{x}_{k/k-1}) + (z_k - \bar{z}_k)^T R_k^{-1} (z_k - \bar{z}_k) \right]$$

avec la condition  $z_k = H_k(x_k)$

à chaque instant à partir d'un modèle récursif mixte  
comportant une équation d'évolution et une équation  
de mesure

(R.E. Kalman, A new approach to linear filtering and prediction problems

Transactions of the ASME – Journal of basic Engineering, 82, 35-45, 1960)

# Traitement des données en G.M.

## Filtre de Kalman

### Modèle de mesure

$$h^{a^s} : \mathbb{R}^{24} \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$x = [\ddot{X}^e, \dot{X}^e, X^e, \dot{\phi}, \phi, \delta\ddot{g}^n, \delta\dot{g}^n, \delta g^n]^T \mapsto$$

$$a^s = C_b^s C_n^b C_e^n (\ddot{X}^e + 2\Omega_{ie}^e \dot{X}^e - C_n^e \delta g^n) - C_b^s C_n^b g_{ref}^n$$

déduite du modèle mécanique ; bras de levier corrigé

**force spécifique**

$$\overline{a^s} = h^{a^s}(x) + v_k^{a^s}$$

**attitude**

$$\overline{\psi}_k = \psi_k + v_k^\psi$$

**position**

$$\overline{X}_k^e = X_k^e + v_k^X$$

## Filtre de Kalman

Linéarisation

Perturbations

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta \ddot{X}_k^e = \ddot{X}_k^e - \overset{\circ}{\ddot{X}}_k^e \\ \delta \dot{X}_k^e = \dot{X}_k^e - \overset{\circ}{\dot{X}}_k^e \\ \delta X_k^e = X_k^e - \overset{\circ}{X}_k^e \\ \delta \dot{\phi}_k = \dot{\phi}_k - \overset{\circ}{\dot{\phi}}_k \\ \delta \phi_k = \phi_k - \overset{\circ}{\phi}_k \\ \delta(\delta \ddot{g}_k^n) = \delta \ddot{g}_k^n - \delta \overset{\circ}{\ddot{g}}_k^n \\ \delta(\delta \dot{g}_k^n) = \delta \dot{g}_k^n - \delta \overset{\circ}{\dot{g}}_k^n \\ \delta(\delta g_k^n) = \delta g_k^n - \delta \overset{\circ}{g}_k^n \end{array} \right.$$

Trajectoire nominale dans l'espace d'état

# Filtre de Kalman

## Modèle stochastique de mesure

$$\delta z_k = H_k \delta x_k + v_k$$

$$\begin{bmatrix} \delta\phi_k \\ \delta X_k^e \\ \delta a^s \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & I_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & I_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 \\ \frac{\partial h^{a^s}}{\partial \ddot{X}} & \frac{\partial h^{a^s}}{\partial \dot{X}} & \frac{\partial h^{a^s}}{\partial X} & \frac{\partial h^{a^s}}{\partial \dot{\phi}} & \frac{\partial h^{a^s}}{\partial \phi} & \frac{\partial h^{a^s}}{\partial g} \end{bmatrix}}_{\text{Matrice de mesure}} \bigg|_{x=\hat{x}_k} \begin{bmatrix} \delta \ddot{X}_k^e \\ \delta \dot{X}_k^e \\ \delta X_k^e \\ \delta \dot{\phi}_k \\ \delta \phi_k \\ \delta g_k \end{bmatrix} + v_k,$$

Matrice de mesure

avec  $\begin{bmatrix} \delta\phi_k \\ \delta X_k^e \\ \delta a_k^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\phi}_k - \dot{\phi}_k \\ \bar{X}_k^e - \dot{X}_k^e \\ \bar{a}_k^s - h_k^{a^s}(\dot{x}_k) \end{bmatrix}$

Bruit blanc gaussien de mesure

Matrice de variances-covariances

$R_k$

Perturbations « mesurées »

# Traitement des données en G.M.

## Filtre de Kalman

### Modèle d'évolution

### Équation des transitions entre les instants k-1 et k

$$f_{k-1:k} : \mathbb{R}^{24} \rightarrow \mathbb{R}^{24}$$

$$(\ddot{X}_{k-1}^e, \dot{X}_{k-1}^e, X_{k-1}^e, \dot{\phi}_{k-1}, \phi_{k-1}, \delta\ddot{g}_{k-1}^n, \delta\dot{g}_{k-1}^n, \delta g_{k-1}^n) \mapsto \begin{cases} \ddot{X}_k^e & = \ddot{X}_{k-1}^e \\ \dot{X}_k^e & = \dot{X}_{k-1}^e + T\ddot{X}_{k-1}^e \\ X_k^e & = X_{k-1}^e + T\dot{X}_{k-1}^e + \frac{T^2}{2}\ddot{X}_{k-1}^e \\ \dot{\phi}_k & = \dot{\phi}_{k-1} \\ \phi_k & = \phi_{k-1} + T\dot{\phi}_{k-1} \\ \delta\ddot{g}_k^n & = \delta\ddot{g}_{k-1}^n \\ \delta\dot{g}_k^n & = \delta\dot{g}_{k-1}^n + T\delta\ddot{g}_{k-1}^n \\ \delta g_k^n & = \delta g_{k-1}^n + T\delta\dot{g}_{k-1}^n + \frac{T^2}{2}\delta\ddot{g}_{k-1}^n \end{cases}$$

## Filtre de Kalman

Modèle stochastique d'évolution des perturbations

$$\delta x_k = \Phi_{k-1:k} \delta x_{k-1} - \Delta x_k + w_{k-1:k}$$

$$\begin{bmatrix} \delta \ddot{X}_k^e \\ \delta \dot{X}_k^e \\ \delta X_k^e \\ \delta \dot{\phi}_k \\ \delta \phi_k \\ \delta(\delta \ddot{g}_k^n) \\ \delta(\delta \dot{g}_k^n) \\ \delta(\delta g_k^n) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} I_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 \\ TI_3 & I_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 \\ \frac{T^2}{2} I_3 & TI_3 & I_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & I_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & TI_3 & I_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & I_3 & 0_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & TI_3 & I_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & \frac{T^2}{2} I_3 & TI_3 & I_3 \end{bmatrix}}_{\Phi_{k-1:k}} \begin{bmatrix} \delta \ddot{X}_{k-1}^e \\ \delta \dot{X}_{k-1}^e \\ \delta X_{k-1}^e \\ \delta \dot{\phi}_{k-1} \\ \delta \phi_{k-1} \\ \delta(\delta \ddot{g}_{k-1}^n) \\ \delta(\delta \dot{g}_{k-1}^n) \\ \delta(\delta g_{k-1}^n) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta \ddot{X}_k^e \\ \Delta \dot{X}_k^e \\ \Delta X_k^e \\ \Delta \dot{\phi}_k \\ \Delta \phi_k \\ \Delta(\delta \ddot{g}_{k-1}^n) \\ \Delta(\delta \dot{g}_{k-1}^n) \\ \Delta(\delta g_{k-1}^n) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} w_{k-1:k}^{\ddot{X}^e} \\ w_{k-1:k}^{\dot{X}^e} \\ w_{k-1:k}^{X^e} \\ w_{k-1:k}^{\dot{\phi}} \\ w_{k-1:k}^{\phi} \\ w_{k-1:k}^{\delta \ddot{g}^n} \\ w_{k-1:k}^{\delta \dot{g}^n} \\ w_{k-1:k}^{\delta g^n} \end{bmatrix}}_{w_{k-1:k}}$$

Écart des observations à trajectoire nominale

Bruit blanc gaussien = bruit de transition

Matrice de transition

Matrice de variances-covariances

$Q_{k-1:k}$

# Filtre de Kalman

Modèle stochastique couplé évolution/mesure

$$\begin{cases} \delta x_k = \Phi_{k-1:k} \delta x_{k-1} - \Delta \dot{x}_k + w_{k-1:k} \\ \delta z_k = H_k \delta x_k + v_k. \end{cases}$$

Les bruits blancs gaussiens sont caractérisés par leurs matrices de variances-covariances à définir par l'utilisateur, respectivement

$$Q_{k-1:k} \quad \text{et} \quad R_k$$

# Formulaire du filtre de Kalman étendu

- Estimation initiale :

$$\hat{x}_1 = [\ddot{X}_1^e, \dot{X}_1^e, X_1^e, \dot{\phi}_1, \phi_1, \delta\ddot{g}_1^n, \delta\dot{g}_1^n, \delta g_1^n]^T, P_1$$

- Phase de prédiction :

$$\begin{aligned} \delta\hat{x}_{k/k-1} &= \Phi_{k-1:k}\delta\hat{x}_{k-1} - \Delta\dot{x}_k, \\ \text{et } P_{k/k-1} &= \Phi_{k-1:k}P_{k-1}\Phi_{k-1:k}^T + Q_{k-1:k}, \\ \text{avec } \Delta\dot{x}_k &= \dot{x}_k - f_{k-1:k}(\dot{x}_{k-1}) \end{aligned}$$

- Phase de correction :

$$\begin{aligned} K_k &= P_{k/k-1}H_k^T (H_kP_{k/k-1}H_k^T + R_k)^{-1} \\ \delta\hat{x}_k &= \delta\hat{x}_{k/k-1} + K_k(\delta z_k - H_k\delta\hat{x}_{k/k-1}), \\ P_k &= (I - K_kH_k)P_{k/k-1}. \end{aligned}$$

- Ajustement du vecteur d'état :

$$\begin{aligned} \hat{x}_k &= \dot{x}_k + \delta\hat{x}_k \\ &= f_{k-1:k}(\hat{x}_{k-1}) + \delta\hat{x}_k \end{aligned}$$

# Filtre de Kalman

Filtrage aller-retour (lissage)  
(temps différé)

- Matrice de variances-covariances combinée :

$$P_k = \left[ (P_k^{forw})^{-1} + (P_{k/k+1}^{back})^{-1} \right]^{-1}$$

Aller : prédiction

Retour : filtrage

- Estimation combinée :

$$X_k = P_k \left[ (P_k^{forw})^{-1} X_k^{forw} + (P_{k/k+1}^{back})^{-1} X_{k/k+1}^{back} \right]$$

# Filtre de Kalman

Réglage de la covariance du bruit de mesure

Déduit des caractéristiques des capteurs

GPS  
accéléromètres

$$\begin{cases} \bar{\phi}_k \\ \bar{X}_k^e \\ \bar{a}_k^s \end{cases}$$

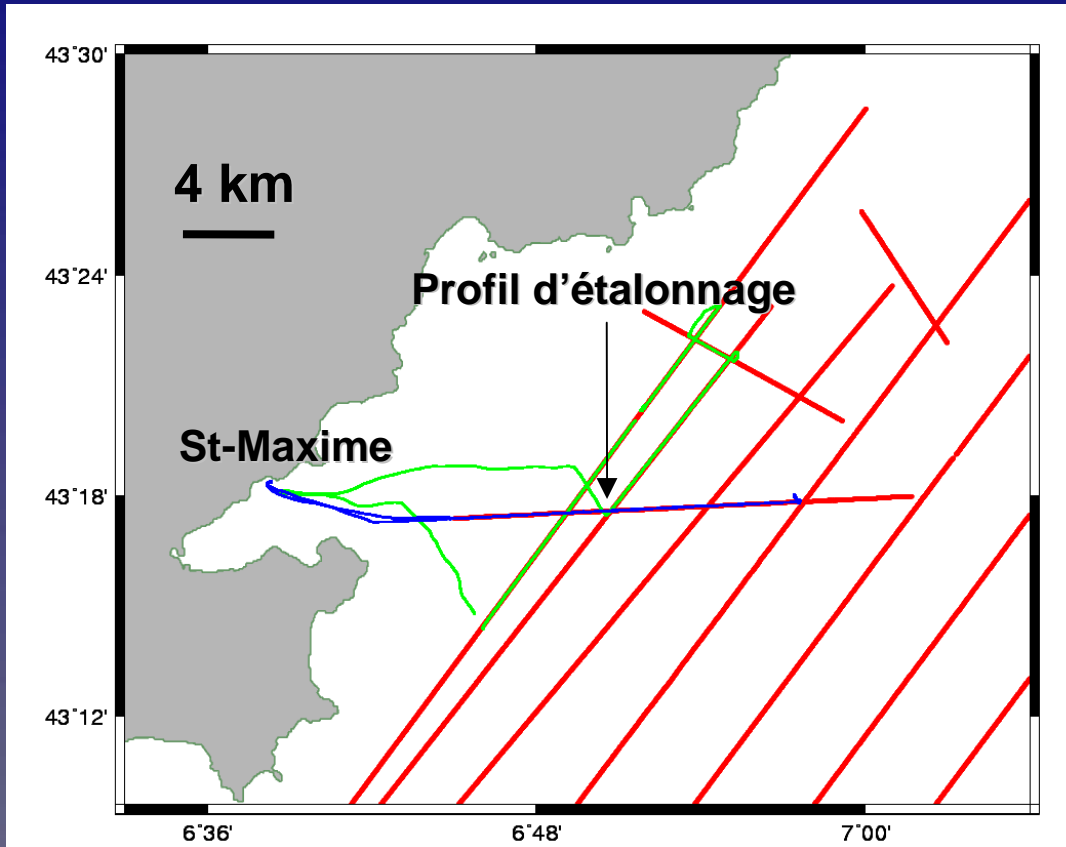
$$R_k = \begin{bmatrix} \sigma_{\Phi}^2 I_3 & 0_3 & 0_3 \\ 0_3 & \sigma_X^2 I_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & \sigma_{a^s}^2 I_3 \end{bmatrix}$$

Attitude	$\sigma_{\phi} = 0,2^{\circ}$
Position	$\sigma_X = 0,01 \text{ m}$
Accélération	$\sigma_{a^s} = 1 \text{ mGal}$

# Filtre de Kalman

## Réglage de la covariance du bruit de transition

### Nécessite des données d'étalonnage



Mission marine réalisée en collaboration avec le SHOM

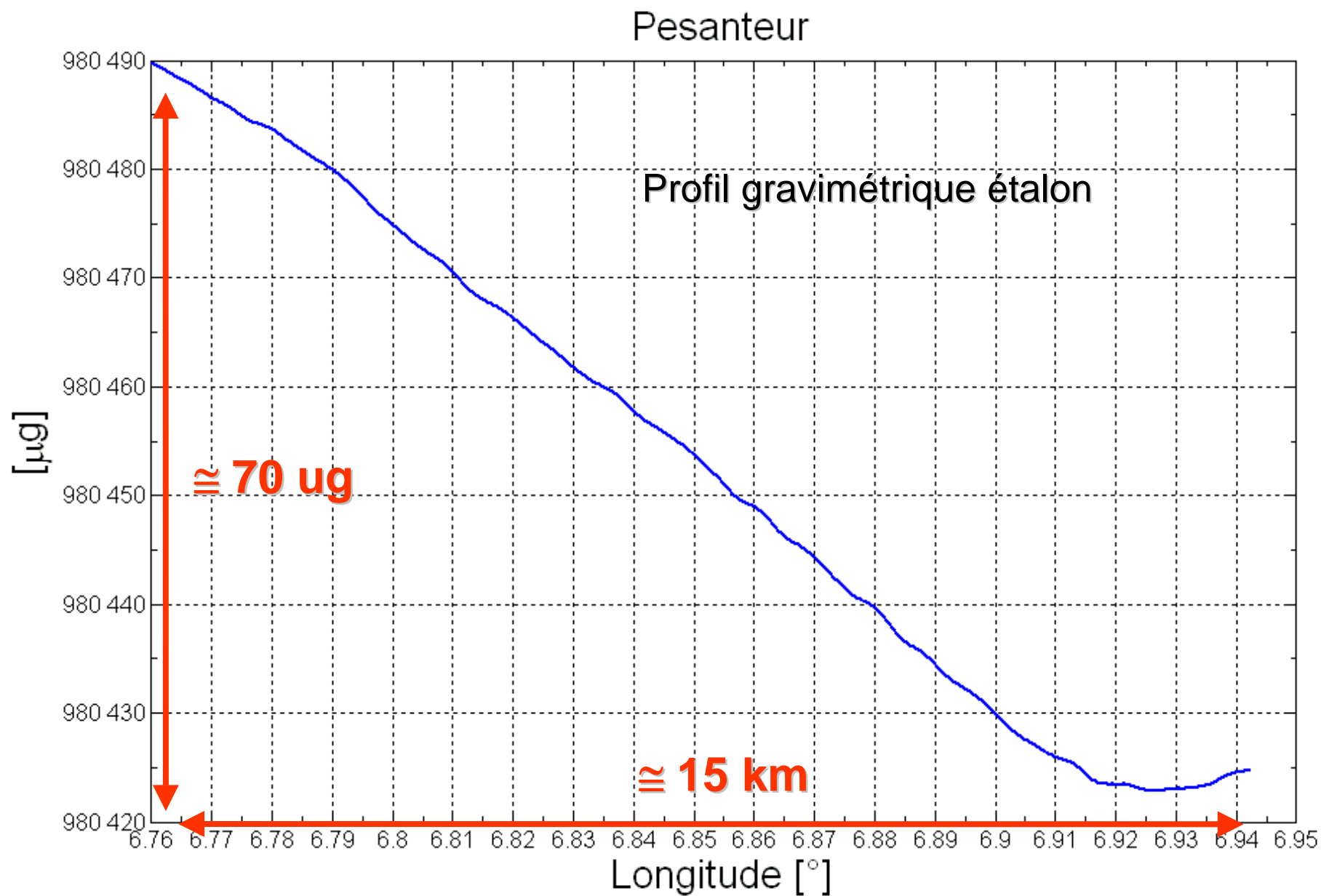


— : profils de gravimétrie marine réalisés avec un KSS31 (SHOM - IFREMER)

— : profils réalisés avec le système LIMO-g

# Filtre de Kalman

## Réglage de la covariance du bruit de transition



# Filtre de Kalman

## Réglage de la covariance du bruit de transition

⇒ Vecteur d'état simulé à comparer avec celui obtenu par le modèle de transition

$$x = [\ddot{\tilde{X}}^e, \dot{\tilde{X}}^e, \tilde{X}^e, \ddot{\tilde{\phi}}, \dot{\tilde{\phi}}, \delta\tilde{g}^n, \delta\tilde{g}^n, \delta\tilde{g}^n]^T$$

Matrice empirique de variances-covariances du bruit de transition

$$Var(\omega_{k-1:k}) = E[\omega_{k-1:k} \omega_{k-1:k}^T] = Var(\tilde{x}_k - f_{k-1:k}(\tilde{x}_{k-1}))$$

# Filtre de Kalman

## Réglage de la covariance du bruit de transition

Exemples de variances de bruit de transition estimées  
Pré-filtrage des mesures de position et d'attitude  $f_c=0.02$  Hz ;  $f_s=0.06$  Hz  
(Kreye et al., 2006)

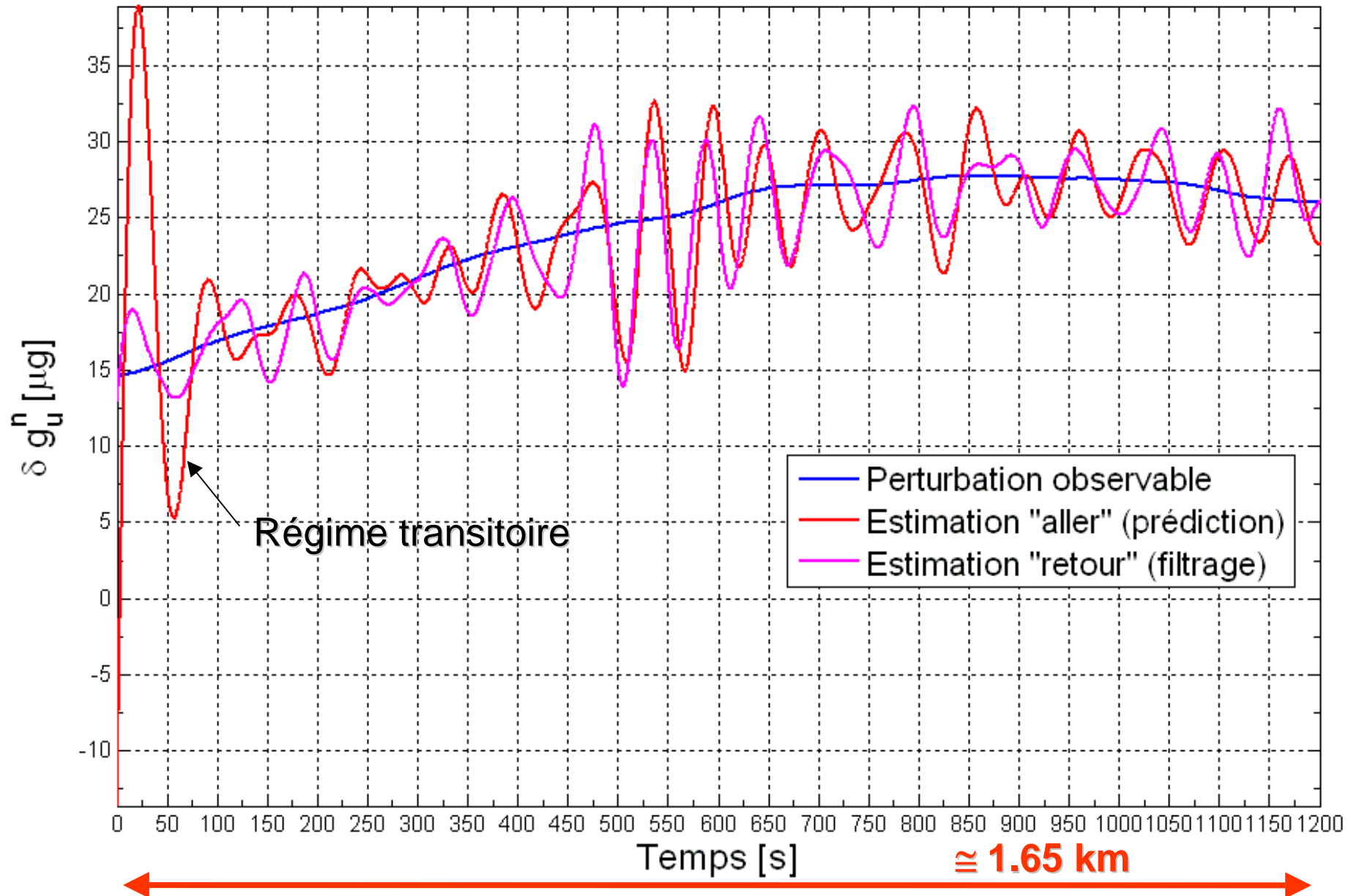
$$\sigma_{\delta g_u^n} = 6 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2 = 6 \text{ ng}$$

$$\sigma_{\ddot{X}_{EBx}^e} = 0.5 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2 = 50 \mu\text{g}$$

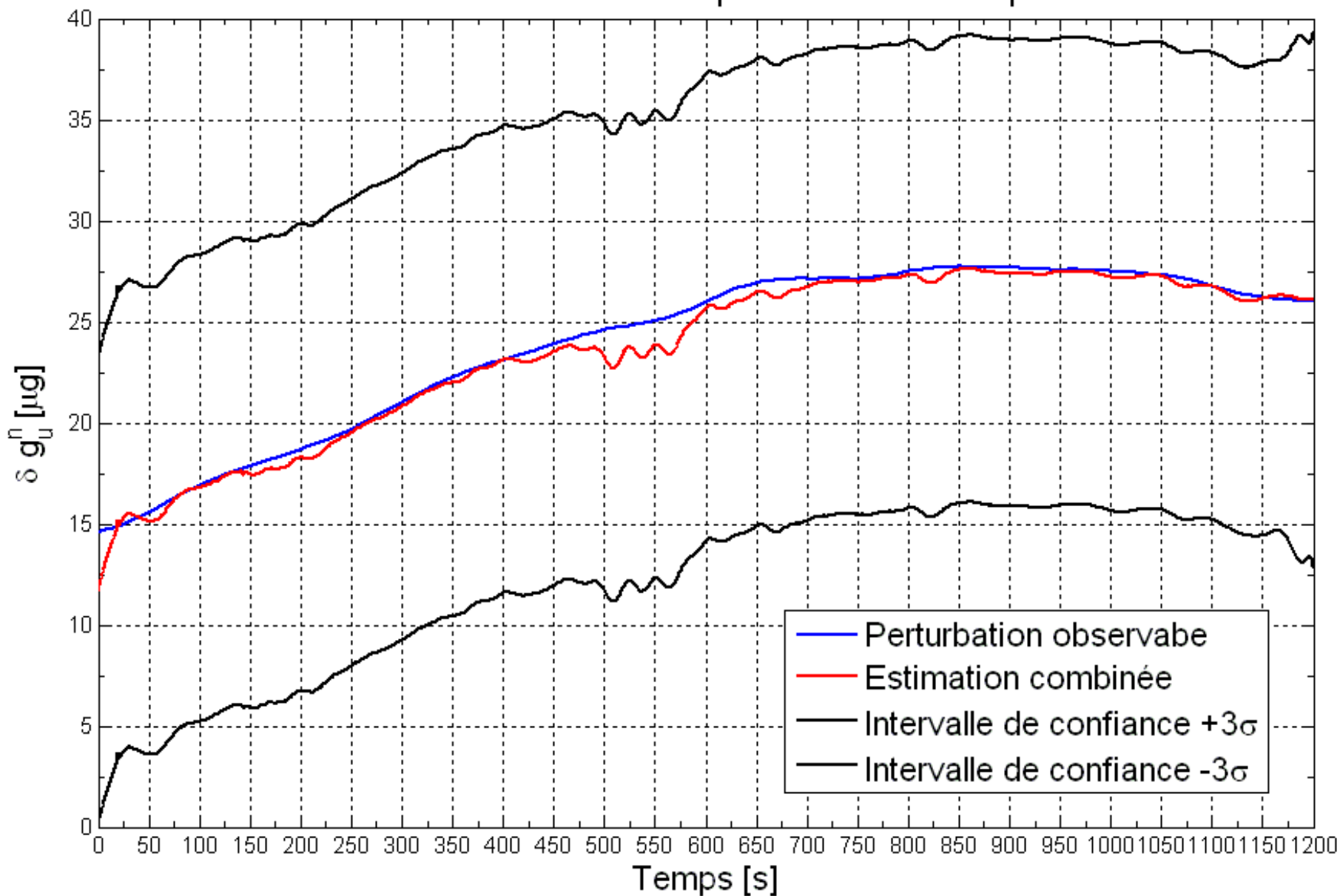
$$\sigma_{\ddot{X}_{EBy}^e} = 2.0 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2 = 200 \mu\text{g}$$

$$\sigma_{\ddot{X}_{EBz}^e} = 6.0 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2 = 600 \mu\text{g}$$

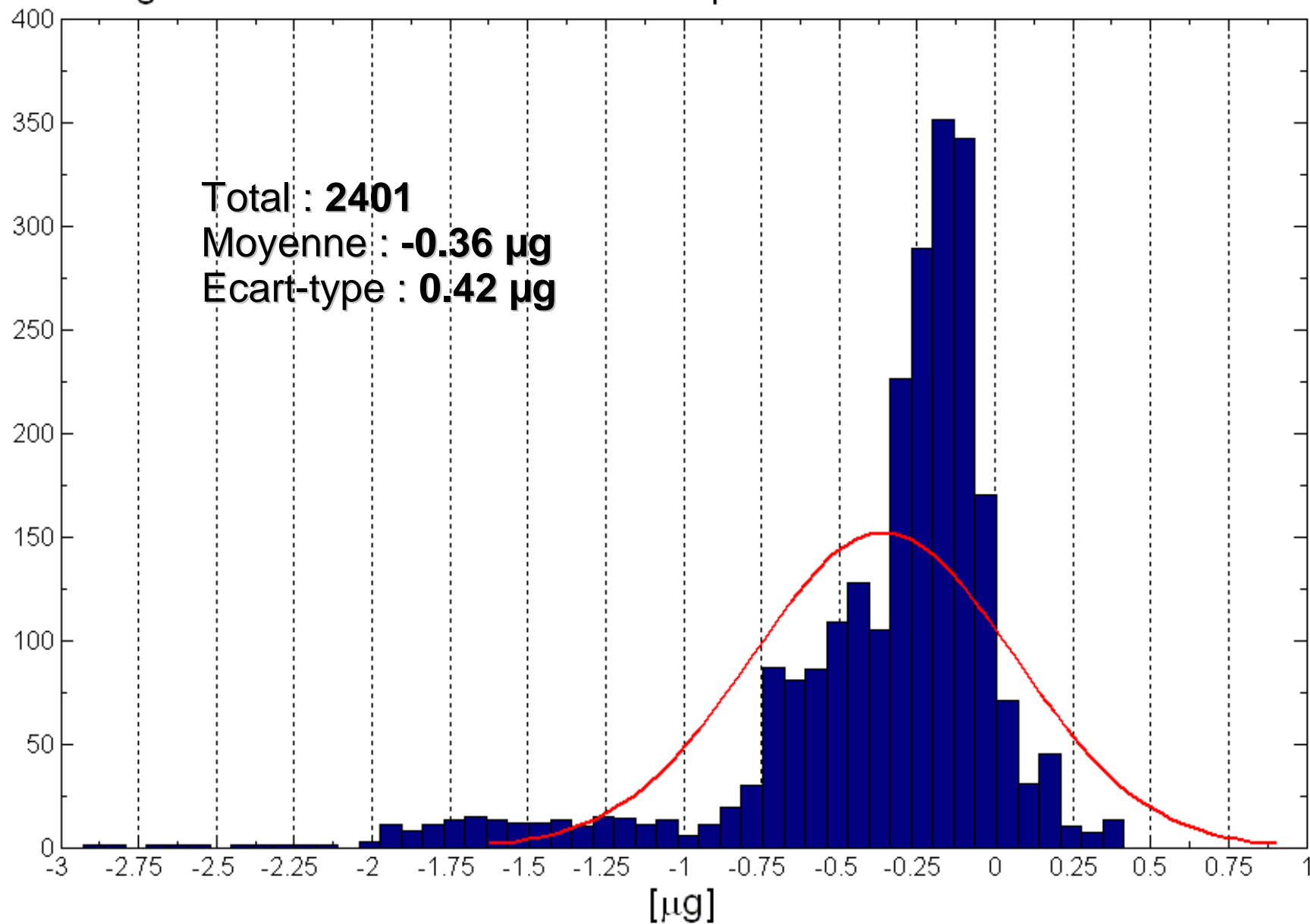
## Filtrage aller et retour de la perturbation de pesanteur



Estimation combinée de la perturbation de pesanteur



Histogramme des différences entre les perturbations estimée et observable



# Filtre de Kalman

## Forces & faiblesses



### Traitement récursif

Estimation de la matrice de variances-covariances des paramètres en tout point de la trajectoire

Possibilité de combinaison pondérées des estimations  
Aller (prédiction) et retour (filtrage) en post-traitement



Nécessite un modèle d'évolution fidèle

Nécessite l'estimation préalable des caractéristiques du bruit de transition

L'hypothèse implicite sur la nature du bruit (blanc, gaussien) peut être irréaliste

# Perspectives d'amélioration

## Instrumentation

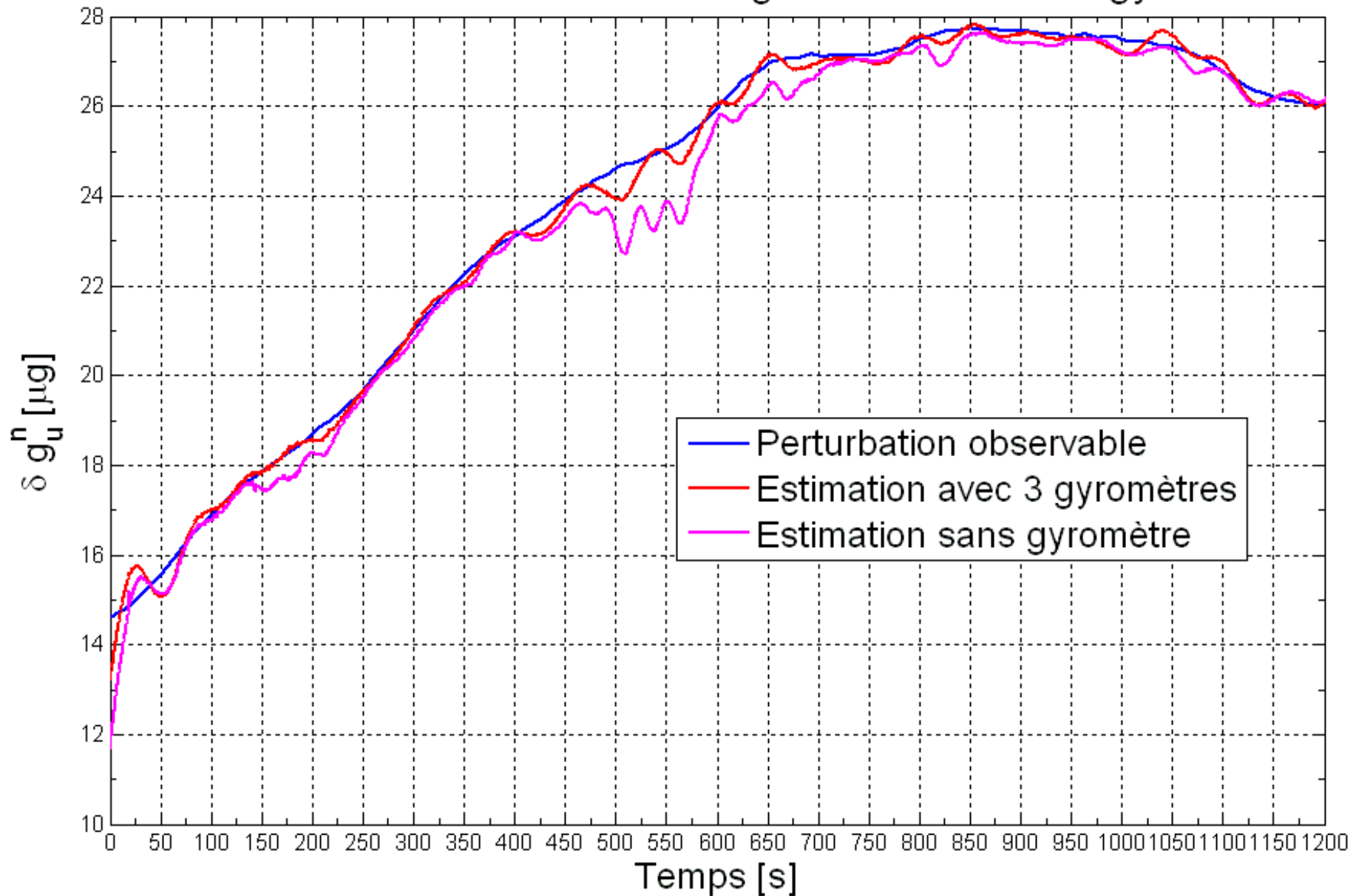
Ajout de gyromètres à fibre optique  $\Rightarrow$  mesures directes des vitesses de variation d'attitude.

Vecteur des mesures :

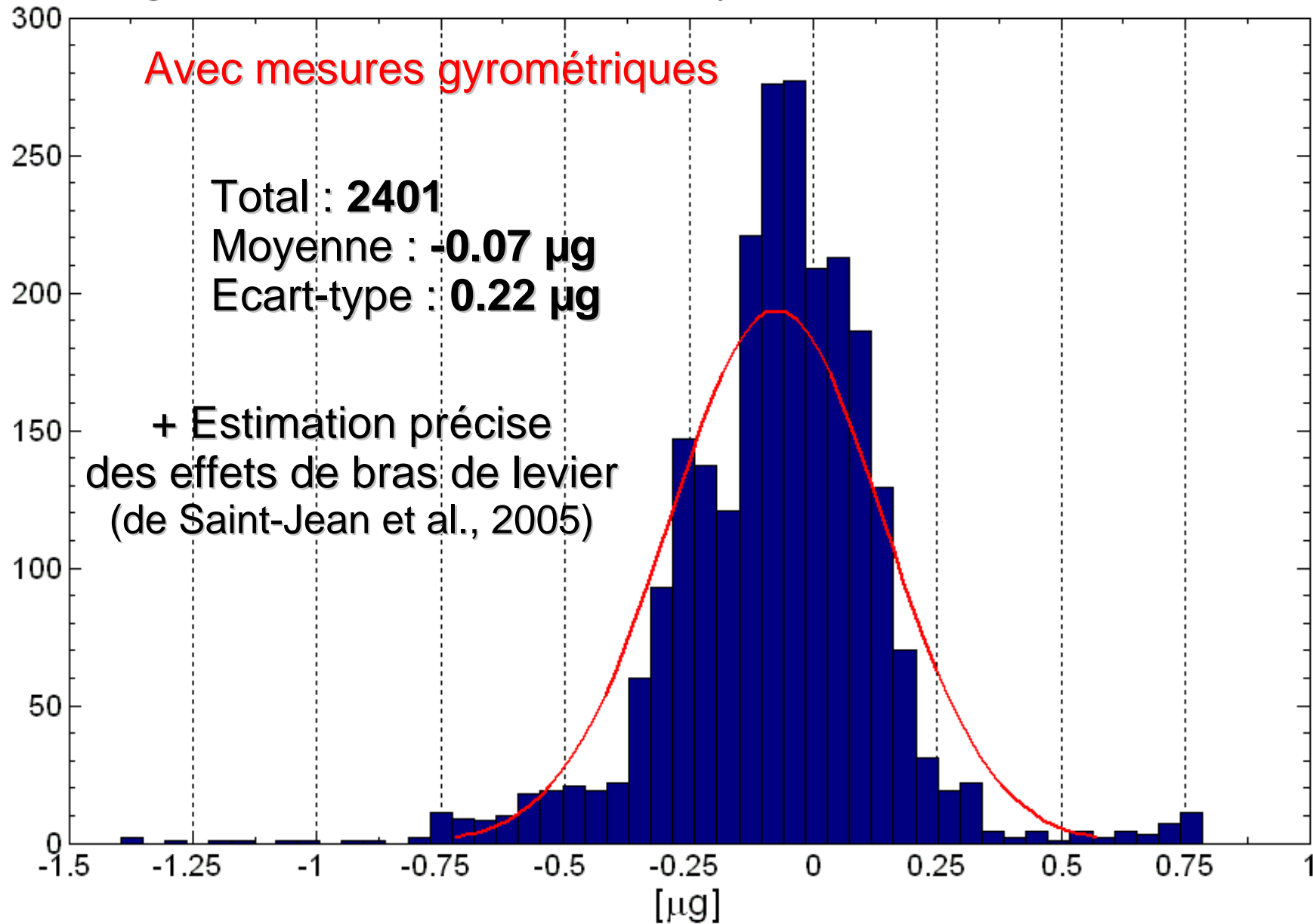
$$\begin{bmatrix} \phi_k \\ \dot{\phi}_k \\ X_{EB_k}^e \\ a_k^s \end{bmatrix}$$

Mesurée par les gyromètres

## Effet de la mesure des vitesses angulaires à l'aide de gyromètres



Histogramme des différences entre les perturbations estimée et observable



Merci pour votre aimable attention.