

*Ecole de Géodésie Spatiale*

*2- 6 Septembre 2002*

*Forcalquier*



Échelles de Temps

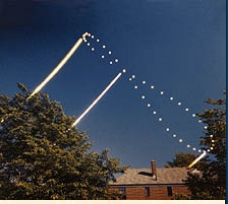
F. Mignard

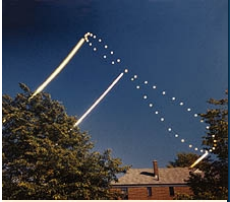
OCA/CERGA



# Plan

- ▶ Concepts et principes
- ▶ Temps et astronomie
- ▶ Échelles relativistes
- ▶ Comptes longs
- ▶ Petits problèmes amusants





## Concepts et principes

# Concepts de la mesure du temps I.

▶ Qu'est ce que le temps ?????

- Pas de bonnes réponses....
- ...mais sans inconvénients pour les travaux scientifiques.

▶ Sens inné de la durée , du passé et du futur

- Valable pour les temps macroscopiques

$$t \gg t_p = \left[ \frac{G\hbar}{c^5} \right]^{1/2} \approx 10^{-43} s$$
$$t \ll t_H = 1/H_0 \approx 10^{10} \text{ yrs}$$

▶ Appréciation subjective de la notion d'égalité des durées

- pas de congruence de temps
- un intervalle n'est pas transportable

▶ Construction d'échelles empiriques pour marquer l'écoulement du temps

- clepsydre, gnomon, sablier, bougie, mvt des astres → phénomènes évolutifs continus
- rotation de la terre, pouls, oscillations → phénomènes "périodiques"



# Concepts de la mesure du temps II.

## Hypothèse

*Reproduction à l'identique des phénomènes physiques soumis aux mêmes causes*

- Recherche de phénomènes physiques dont on puisse *contrôler* la reproductibilité
- Pas de sens absolu à la notion d'uniformité : aucune échelle n'est plus uniforme qu'une autre
  - dire que la Terre ne tourne pas uniformément est imprécis
  - les échelles de temps ne peuvent s'apprécier que relativement entre elles.
- Deux étapes majeures dans la construction des échelles :
  - Définition du paramètre entrant dans les modèles mathématiques
    - \* une masse + ressort n'a pas *absolument* un mouvement sinusoïdal
  - Réalisation expérimentale de cette échelle idéale



# Temps de la physique

## ► Introduction du temps newtonien $t$

- Échelle de temps qui rend la description des phénomènes simples
- $F = m \gamma$  (dans un référentiel spatial approprié)
- temps absolu, unique, découplé de l'espace, **mesurable**
- lois de la chute des corps, des écoulements, des vibrations, des mouvements planétaires

## ► L'uniformité d'une échelle s'apprécie en regard de cet idéal

$$\alpha = \omega T \quad \longrightarrow \quad \text{temps terrestre}$$

Rotation de la Terre :

$$\alpha = \omega t + \dot{\omega} t^2 / 2 \quad \longrightarrow \quad \text{temps newtonien}$$

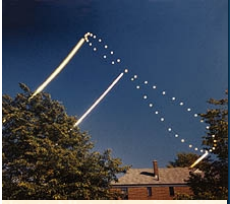
## • Introduction des échelles relativistes $t$

- Échelle de temps qui rend la description des phénomènes simples

$$ds^2 = \left( -1 + \frac{2U(t, \mathbf{r})}{c^2} \right) c^2 dt^2 + \delta_{ij} \left( 1 + \frac{2U(t, \mathbf{r})}{c^2} \right) dx^i dx^j$$

- $t$  : temps coordonnée, **repérable**
- lois de la chute des corps, des écoulements, des vibrations, des mouvements planétaires
- réalisation à partir de phénomènes physiques
- Le temps **mesurable** est le temps propre local





## Temps et Astronomie

# Temps Solaire (1)

- Échelle basée sur la rotation de la Terre et le mouvement du Soleil
- Échelle la plus naturelle dérivée du mouvement diurne
- Accessible par les cadrans solaires

▶ Temps solaire vrai = angle horaire du Soleil =  $H_s$

- $H_s = aT$

▶ Temps solaire moyen = angle horaire du Soleil moyen =  $H_m$

- $H_m = bT$  par définition

- Unité :  $\Delta H_m = 2\pi \rightarrow \Delta T = 86400 \text{ s.}$

- C'est une tentative pour réaliser le temps newtonien  $t$ , soit  $T = t$

$$H_s = \alpha_z - \alpha_s \quad \longleftarrow \text{Angle horaire du Soleil}$$

$$\alpha_z = \omega t \quad \longleftarrow \text{Rotation de la Terre}$$

$$\alpha_s = \varpi + M + 2e \sin M - \tan^2 \frac{\varepsilon}{2} \sin 2(\varpi + M) + O(e^2, \varepsilon^4)$$

↑  
ellipse

↑  
écliptique/équateur

$$M = nt \quad n = 0.9856..^\circ/\text{j} \quad \longleftarrow \text{Mouvement moyen du Soleil}$$





## Temps solaire (2)

$$\alpha_s = \langle \alpha_s \rangle + E = \alpha_0 + nt + E$$

$$H_s = (\omega - n)t - E = H_m - E$$

- ▶ E : Équation des temps
  - midi vrai : passage du soleil au méridien
  - 12h : passage du soleil moyen au méridien
- ▶ E > 0 : Soleil vrai en avance → passage après 12 h
- ▶ E < 0 : Soleil vrai en retard → passage avant 12 h

$$\begin{aligned} E &= 1.92 \sin(M) - 2.46 \sin(204 + 2M) \quad (\text{deg}) \\ &= 7.7 \sin(M) - 9.8 \sin(204 + 2M) \quad (\text{mn}) \end{aligned}$$

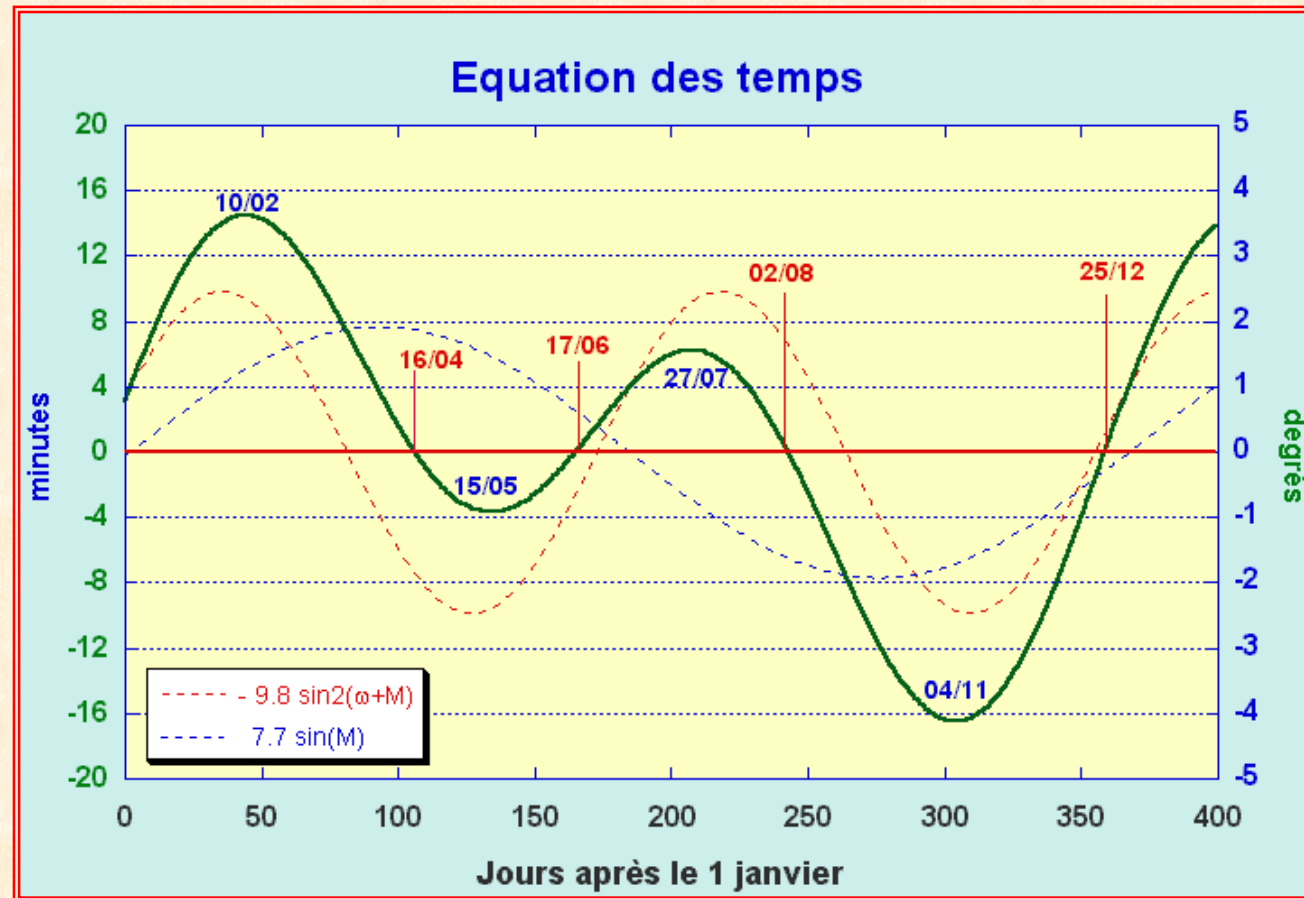
$$\frac{2\pi}{\omega - n} = 1j = 86400s \quad (\text{de temps solaire moyen})$$

$$\frac{2\pi}{n} = 365.2422j \quad (\text{1 année tropique})$$

$$\frac{2\pi}{\omega} = 86164.1 s$$



# L'Équation des temps

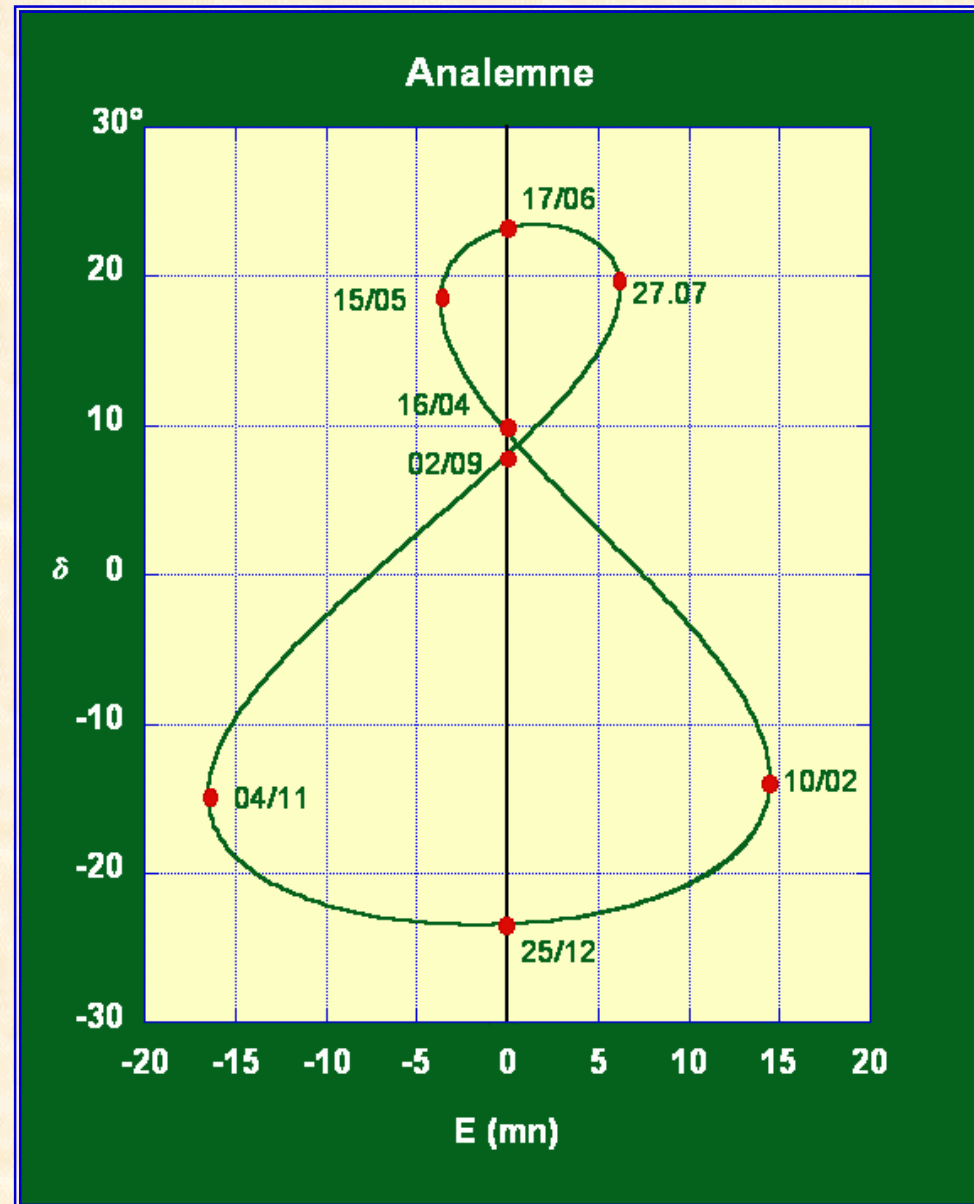


- ▶ Très lentement variable avec les mouvements de l'écliptique et du point  $\gamma$

# Méridienne de temps moyen

- Lecture directe du temps moyen sur un cadran solaire.

- Le méridien est remplacée par une courbe en boucle



# Temps Universel

- ▶ ~ Temps solaire moyen de Greenwich ... sans référence au Soleil + 12h
- ▶ Ascension droite de Greenwich :
  - $\alpha_G = a t \rightarrow$  rotation uniforme de la Terre par rapport aux étoiles si  $t = t_{\text{newton}}$

- la constante est choisie pour que 1 jour solaire moyen = 86400 s
- $2\pi/a = 86164.1$  s

- ▶ Définition précise :

- TSMG (en s) à 0h UT1 avec origine au point  $\gamma$  (origine mobile) :

$$24110.54841 + 8640184.812866T_U + 0.093104T_U^2 - 6.2 \times 10^{-6} T_U^3$$

- Angle stellaire du GEO à 0h UT1 avec l'origine non-tournante (CEO) :

$$24110.54841 + 8639877.31738T_U$$



# Temps Atomique

- ▶ Seconde SI : Définition donnée par la 13 CGPM en 1967

*La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation de la transition entre deux niveaux hyperfins de l'état fondamental du Cs 133.*

- ▶ Réalisation par des étalons au Césium dans différents laboratoires

- exactitude :  $2 \times 10^{-14}$  pour les étalons classiques,  $10^{-15}$  pour les fontaines au sol

- ▶ Temps atomique : 14 CGPM en 1971 :

*Le TAI est la coordonnée de repérage temporel établie par le BIH sur la base des indications d'horloges atomiques fonctionnant conformément à la définition de la seconde.*

- ▶ Précision de 1980 :

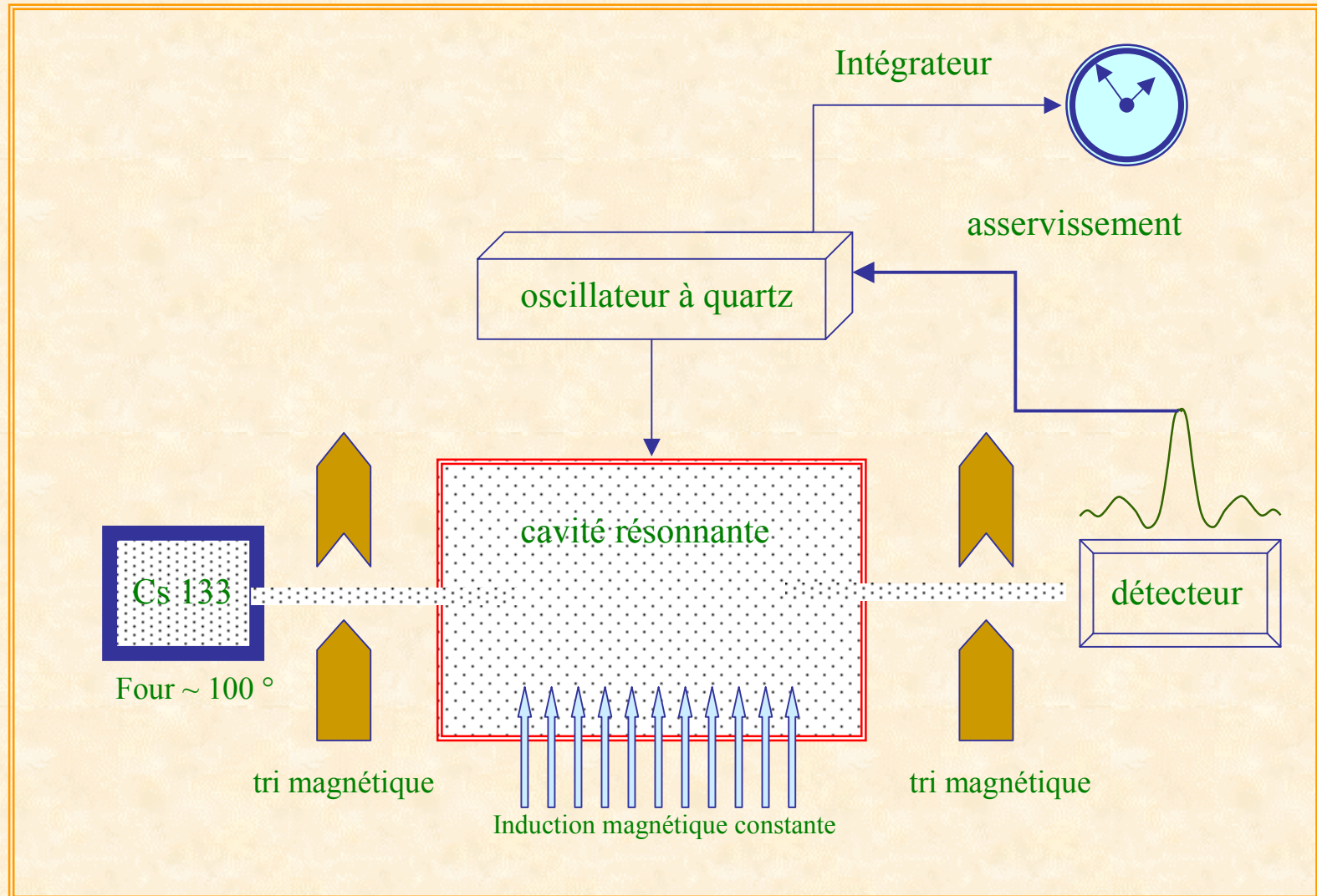
*Le TAI est une échelle de temps-coordonnée définie dans un repère géocentrique avec comme unité d'échelle la seconde SI, telle qu'elle est réalisée sur le géoïde en rotation.*

- ▶ Réalisation à partir de ~ 200 horloges dans 50 laboratoires. Algorithmes complexes pour :

- prendre en compte les différentes qualités d'horloges
- éviter les perturbations en cas d'arrêt de certaines horloges
- assurer la stabilité de l'unité de l'échelle sur une longue durée
- assurer un service permanent en temps réel



# Horloge à Césium

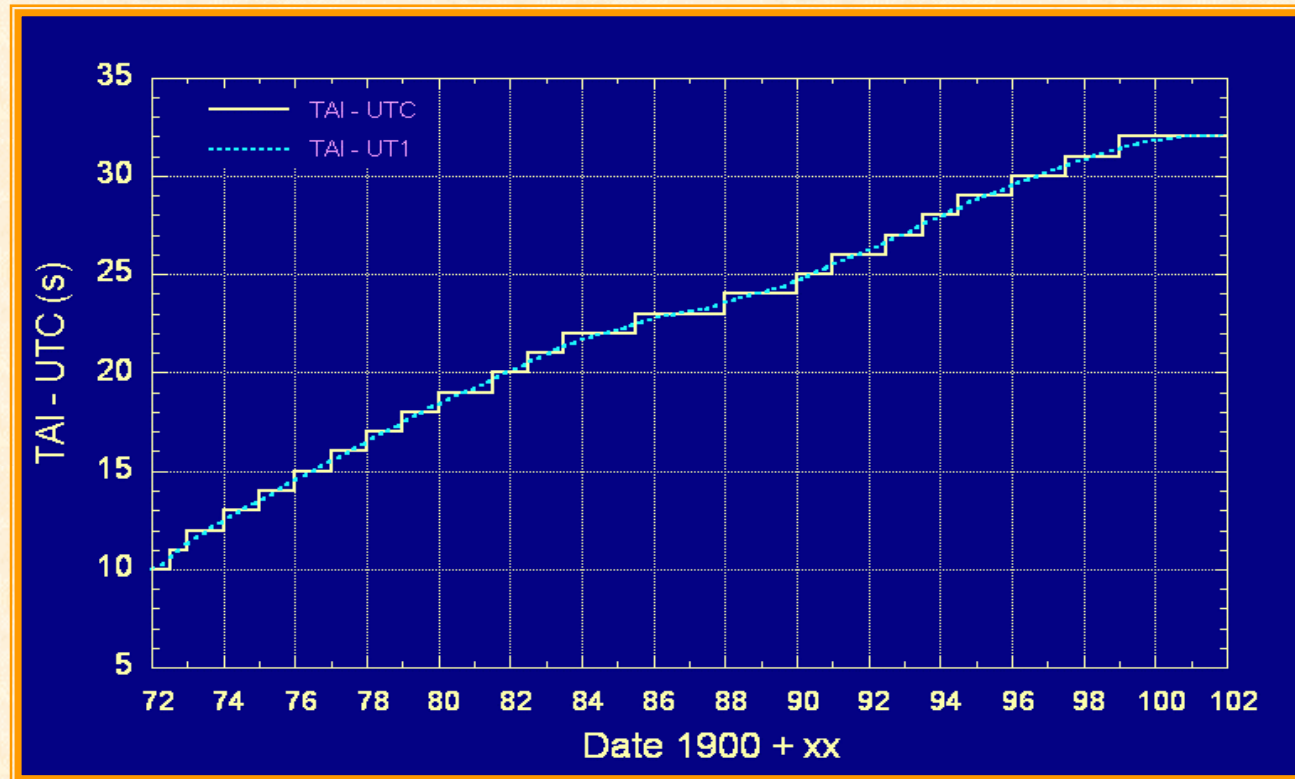


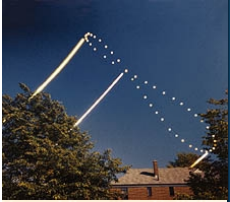
Etalon à Césium = Horloge à quartz pilotée sur la transition du césium

# Temps Universel Coordonné (UTC)

► Échelle de compromis entre le TAI et le TU

- qualité du TAI par morceaux
- proche du Temps Universel en moyenne
- ajustement par saut discret de 1 s lorsque  $|UTC - UT1| > 0.9$  s
- abandon probable du système dans quelques années





## Échelles Relativistes



## Quelques principes

- ▶ Abandon du temps absolu, unique valable partout et pour tous
- ▶ Éclatement de  $t$  en deux notions différentes :
  - le temps local mesurable : TEMPS PROPRE
  - le paramètre de repérage, le  $t$  des équations : TEMPS-COORDONNÉE
- ▶ Relations théoriques entre les temps-coordonnées
- ▶ Relations théoriques avec le temps propre
- ▶ Métrologie du temps en relativité
  - définition et réalisation des temps locaux des observateurs
  - unité de temps comme unité de temps propre, invariante, indépendante des coordonnées
  - modèles théoriques de l'astronomie, géodésie en fonction des temps-coordonnées
  - traitement des observables (quantités propres) avec les modèles (grandeurs-coordonnées)



# Échelles de temps relativistes - I

- ▶ Système UAI 1991, complété en 2000

## BCRS et TCB

origine : Barycentre du système solaire

orientation : ICRS

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta$$

$$g_{00} = -1 + \frac{2U(t, \mathbf{x})}{c^2} + O(c^{-4}) \quad ; \quad g_{0i} = O(c^{-3}) \quad ; \quad g_{ij} = \delta_{ij} \left( 1 + \frac{2U(t, \mathbf{x})}{c^2} \right) + O(c^{-4})$$

$U$  : potentiel gravitationnel des masses du système solaire

$t$  : Temps coordonnée barycentrique : TCB

$$d\tau^2 = -\frac{ds^2}{c^2} = \left[ 1 - \frac{2U}{c^2} \right] dt^2 - \left[ 1 + \frac{2U}{c^2} \right] dl^2 / c^2$$

Valeur de  $t$  à l'origine :

Au 1 Jan 0<sup>h</sup> 0<sup>m</sup> 0<sup>s</sup> TAI (JD : 2443144.5 TAI) →

$t = 1 \text{ Jan } 0^{\text{h}} 0^{\text{m}} 32.^{\text{s}}184 \text{ ( JD } 2443144.5003725 \text{ TCB)}$



# Échelles de temps relativistes - II

## GCRS et TCG

origine : Géocentre

orientation : ICRS

$$ds^2 = G_{\alpha\beta} dX^\alpha dX^\beta$$

$$G_{00} = -1 + \frac{2W(T, \mathbf{X})}{c^2} + O(c^{-4}) \quad ; \quad G_{0i} = O(c^{-3}) \quad ; \quad G_{ij} = \delta_{ij} \left( 1 + \frac{2W(T, \mathbf{X})}{c^2} \right) + O(c^{-4})$$

$$W : W_E + W_T$$

$W_E$  = potentiel gravitationnel de la Terre

$W_T$  = potentiel de marée des autres corps du SS par rapport au géocentre.

$T$  : Temps coordonnée géocentrique : TCG

$$d\tau^2 = -\frac{ds^2}{c^2} = \left[ 1 - \frac{2W}{c^2} \right] dT^2 - \left[ 1 + \frac{2W}{c^2} \right] dL^2 / c^2$$



## Relation entre TCB et TCG - I

- ▶ Une seule échelle suffit, les autres étant liées par des expressions
- ▶ Formulation simplifiée avec 2 corps

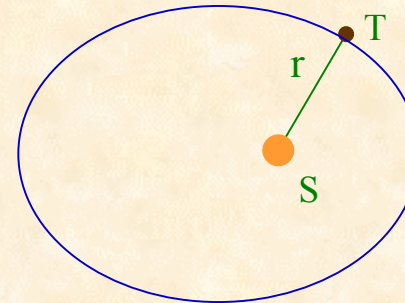
$$d\tau^2 = -\frac{ds^2}{c^2} = \left[1 - \frac{2U}{c^2}\right] dt^2 - \left[1 + \frac{2U}{c^2}\right] dl^2 / c^2$$

$$\frac{d\tau}{dt} = \left( \left[1 - \frac{2U}{c^2}\right] - \left[1 + \frac{2U}{c^2}\right] \frac{v^2}{c^2} \right)^{1/2} \approx 1 - \frac{v^2}{2c^2} - \frac{U}{c^2}$$



$$\tau = t - \int \left( \frac{v^2}{2c^2} + \frac{U}{c^2} \right) dt$$

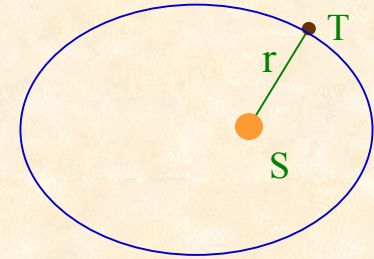
Mouvement elliptique keplerien :



$$U = \frac{GM_s}{r} \quad ; \quad \frac{v^2}{2} - \frac{Gm_s}{r} = -\frac{GM}{2a} \quad ; \quad \frac{v^2}{2c^2} + \frac{U}{c^2} = \frac{GM_s}{c^2 a} \left( \frac{2a}{r} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\frac{a}{r} = 1 + e \cos M + e^2 \cos 2M + \dots$$

## Relation entre TCB et TCG - II



$$\frac{v^2}{2c^2} + \frac{U}{c^2} = \frac{GM_s}{c^2 a} \left( \frac{2a}{r} - \frac{1}{2} \right) = \frac{GM_s}{c^2 a} \left( \frac{3}{2} + 2e \cos M + 2e^2 \cos 2M \right) + O(e^3)$$

$$\tau = t - \frac{GM_s}{c^2 a} \int \left( \frac{3}{2} + 2e \cos M \right) dt = t \left( 1 - \frac{3}{2} \frac{GM_s}{c^2 a} \right) - \frac{2e}{n} \frac{GM_s}{c^2 a} \sin M - \frac{e^2}{n} \frac{GM_s}{c^2 a} \sin 2M + O(e^3)$$

- Décalage en fréquence :  $\frac{3}{2} \frac{GM_s}{c^2 a} \approx 1.49 \times 10^{-8}$

- Termes périodiques :  $\frac{2e}{n} \frac{GM_s}{c^2 a} \approx 1.65 \text{ ms}$        $\frac{e^2}{n} \frac{GM_s}{c^2 a} \approx 14 \mu\text{s}$

## Relation entre TCB et TCG - III

Formulation IAU 91 :

$$TCB - TCG = \frac{1}{c^2} \left[ \int_{t_0}^t \left( \frac{v_E^2}{2} + U_{ext}(t, \mathbf{x}_E) \right) dt + v_E^i r_E^i \right] + O(c^{-4})$$

= Différence de lecture d'horloges pour un évènement unique de l'espace-temps.

$v_E$  = vitesse du géocentre

$U_{ext}$  = potentiel des masses (sauf la Terre) au géocentre

$$r_E^i = x^i - x_E^i(t)$$

### Partie périodique

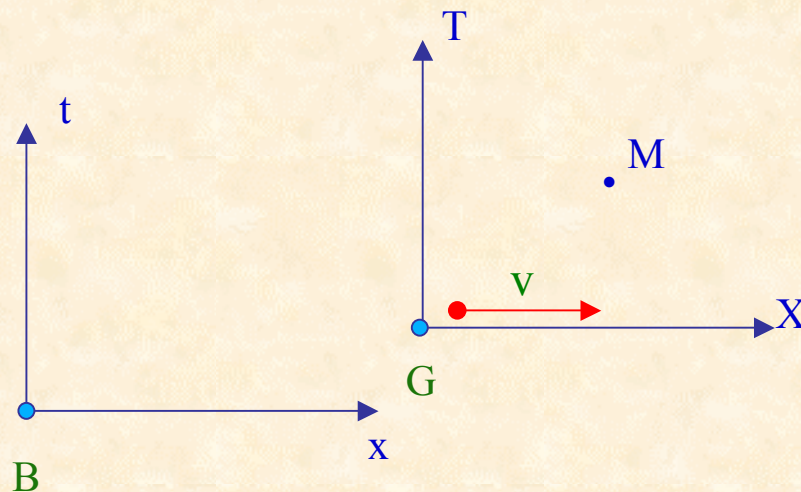
$$t - T \text{ (}\mu\text{s)} = 1656.7 \sin(\lambda_3) + 22.4 \sin(\lambda_3 - \lambda_5) + 13.8 \sin(2\lambda_3) + \\ 4.8 \sin(2\lambda_5) + 4.7 \sin(\lambda_3 - \lambda_6) + 2.3 \sin(\lambda_6) + \dots$$

Expression complète à partir d'intégrations analytiques ou numériques : :

10 termes	>	1.0 $\mu\text{s}$
30 "	>	0.1 $\mu\text{s}$
100 "	>	0.01 $\mu\text{s}$
200 "	>	1 ns
500 "	>	0.1 ns

# Comparaison avec la relativité restreinte

- ▶ Deux référentiels en mouvement relatif uniforme



$$X = \gamma(x - vt)$$

$$T = \gamma(t - vx/c^2)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x = \gamma(X + vT)$$

$$t = \gamma(T + vX/c^2)$$

$$t \approx T \left( 1 + \frac{v^2}{2c^2} \right) + \frac{vX}{c^2} \approx T + \int_0^t \frac{v^2}{2c^2} dt + \frac{vX}{c^2}$$

$$TCB - TCG = \frac{1}{c^2} \left[ \int_{t_0}^t \left( \frac{v_E^2}{2} + U_{ext}(t, \mathbf{x}_E) \right) dt + v_E^i r_E^i \right] + O(c^{-4})$$

# Relation entre TCB et TCG - IV

## Partie séculaire

- Sur une durée suffisamment longue

$$\langle \text{TCG}/\text{TCB} \rangle = 1 - L_c = 1.48082686741 \times 10^{-8} \pm 2 \times 10^{-17} \sim \frac{3}{2} \frac{GM_s}{c^2 a}$$

$$\text{TCB} - \text{TCG} = L_c \times (\text{JD} - 2443144.5) \times 86400 + v^i r_E^i / c^2 + P$$

- Il n'y a pas de définition non ambiguë de  $L_c$ , car la valeur dépend de l'éphéméride, du temps d'intégration et du processus utilisé pour évaluer la moyenne.

- Les définitions ont été précisées et étendues en 2000, pour une exactitude de 0.2 ps ou  $10^{-17}$  en taux.





# Temps Terrestre (TT) - I

## ► "Philosophie"

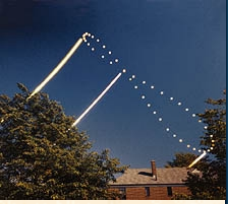
- On souhaite une échelle idéale dont la réalisation serait le TAI
- Son unité d'échelle doit être la seconde SI sur le géoïde
- Il fallait également assurer la continuité avec le TE

$$TT = TE = TAI + 32.184 \text{ s}$$

## ► Devenu entre 1976 et 1991 le TDT : *Temps Dynamique Terrestre*

- très mauvaise terminologie
- ce n'est pas un temps dynamique
- ce n'est pas un temps propre au géocentre

## ► C'est un temps proche du temps propre sur le géoïde qu'il faut relier au TCG



## Temps Terrestre (TT) - II

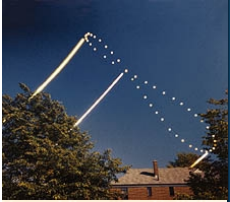
► Temps propre sur le géoïde

- Métrique du GCRF :  $d\tau^2 = -\frac{ds^2}{c^2} = \left[1 - \frac{2W}{c^2}\right]dT^2 - \left[1 + \frac{2W}{c^2}\right]dL^2 / c^2$
- pour une horloge à la surface de la Terre (non-tournante)

$$d\tau = \left(1 - \frac{2W}{c^2}\right)^{1/2} dT \approx \left(1 - \frac{W}{c^2}\right)dT = (1 - L_G)dT$$

$$L_G \approx \frac{W}{c^2} \approx \frac{GM_E}{Rc^2} \approx \left(\frac{7.9}{3 \times 10^5}\right)^2 \approx 7.0 \times 10^{-10}$$

- Entre le TCG (T) et le temps propre à la surface de la Terre il n'y a qu'une différence de marche



## Temps Terrestre (TT) - III

- On prend en compte le géoïde tournant et on définit :  $L_G = \frac{W_0}{c^2}$

$$W_0 = 62\,636\,855.4 \pm 0.5 \text{ m}^2\text{s}^{-2} \quad \rightarrow \text{incertitude de } 10^{-17} \text{ sur } L_G$$

- On propage les incertitudes du géoïde sur le TT
- Le facteur d'échelle est soumis aux révisions du géoïde

- IAU 2000 :

- $L_G$  devient une constante de définition :  $L_G = 6.969\,290\,134 \times 10^{-10}$
- $dTT/dTCG = 1 - L_G$

$$TCG - TT = L_G \times (JD - 2443144.5) \times 86400$$



## Temps Dynamique Barycentrique (TDB)

- ▶ C'est une relique d'une échelle qui est la fois barycentrique (proche du TCB) mais sans marche par rapport au TAI.
- ▶ C'est l'échelle de temps employée (en principe) dans les éphémérides du système solaire

$$TCG - TT = L_G \Delta$$

$$\Delta = (JD - 2443144.5)$$

$$TCB - TCG = L_C \Delta + vx/c^2 + P$$

$$TT \approx TAI$$

- On définit alors :

$$TCB - TDB = (L_C + L_G) \Delta = L_B \Delta$$

$$L_B = 1.55051976772 \times 10^{-8} \pm 2 \times 10^{-17}$$

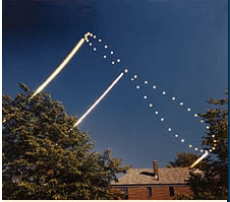
- En gros TDB = TCB corrigé du potentiel solaire au niveau de la Terre et du potentiel terrestre à sa surface. Unité d'échelle = 1s SI.



# Synthèse

Barycentre	Géocentre/Géoïde
TCB	TCG : $TCB - TCG = L_C \Delta + vr/c^2 + P$
TDB : $TCB - TDB = L_B \Delta$	TT : $TCG - TT = L_G \Delta$
<del>TE</del>	<del>TBT</del>
	TAI : réalisation du TT
	$TT(TAI) = TAI + 32.184 \text{ s}$
	UTC : $TAI - UTC = k$ (32s depuis 01/01/99)
	GPS : $TAI - GPS = 19\text{s}$
	TU : $ UTC - UT1  < 0.9 \text{ s}$





## Les Comptes longs

# Comptes longs

▶ Principe : dénombrement continu des jours

- choix de l'origine
- préciser la notion de " jour"
- notation des dates

▶ Solution adoptée en astronomie : Période julienne et jours juliens

- rien à voir avec le calendrier julien
- période inventé en par Joseph Scaliger ~ 1580
- système de décompte des jours introduit par J. Herschel en 1849

▶ Période basée sur la combinaison de trois cycles calendaires

- S : le cycle solaire de 28 ans (période du calendrier Julien)
- M : le cycle de Méton de 19 ans (19 années ~ 235 mois lunaire - 0.08 j)
- I : l'indiction romaine de 15 ans (cycle fiscal introduit par Constantin en 312)
- Une année est caractérisée par le triplet (S, M, I)



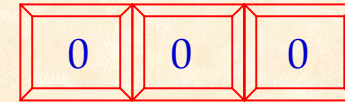
$$S = [0..27]$$

$$M = [0..18]$$

$$I = [0..14]$$

# Calcul de la période et de l'origine

- ▶ Période :  $28 \times 19 \times 15 = 7980$  ans
- ▶ Origine : année où le compteur indique
- ▶ En 2002  $S = 22, M = 7, I = 9$ .



- Depuis le début il s'est écoulée  $N$  années avec :

$$\begin{cases} N \equiv 22 & (28) \\ N \equiv 7 & (19) \\ N \equiv 9 & (15) \end{cases}$$

Systemes de congruences linéaires = théorème du reste chinois

$$x \equiv a_i \pmod{m_i} \quad i = 1 \dots k$$

on pose  $M = m_1 m_2 \dots m_k$        $n_i = M / m_i$

solution :  $x = \sum a_i b_i n_i \pmod{M}$  avec  $b_i$  solution de  $b_i n_i \equiv 1 \pmod{m_i}$

Application :  $m_1 = 28 \quad a_1 = 22 \quad n_1 = 285 \quad b_1 = 17$

$m_2 = 19 \quad a_2 = 7 \quad n_2 = 420 \quad b_2 = 10$

$m_3 = 15 \quad a_3 = 9 \quad n_3 = 532 \quad b_3 = 13$

$M = 7980$

$$x \equiv 6714 \pmod{7980} \Rightarrow \text{Origine en } -4712 \text{ (4713 BC)}$$





# Jours Juliens

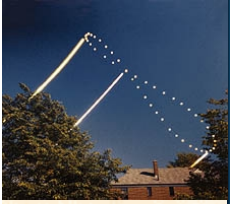
- ▶ On compte les jours depuis le 1.5 janvier - 4712 (1e janvier à 12h).
- ▶ Le jour julien débute à **12h**
  - ex : 1.5 jan 2000 = JD 2 451545, 1.0 jan 2000 = JD 2 451544.5,
  - 4 sept 2002 à 11h : 2 452 521.95833
- ▶ MJD = JD - 2 400 000.5 , soit une origine au 17 nov 1858 à **0h**.
- ▶ Jour julien CNES : origine au 1.0 01 1950 = JD - 2 433282.5
  - 04/09/02 à 0h :  $JD_{\text{cnes}} = 19239$
- ▶ La date notée dépend du choix du *jour*
  - définition actuelle 1 j = 86400 s
    - ✦ sans rapport contraint avec la succession des jours et des nuits
  - pour des observations anciennes il faut préciser le type de JD
    - ✦ ex : date en temps solaire ==> JD(TU) :: on compte des jours solaires
    - ✦ utilisation d'une éphéméride ==> transformer la date en date de temps dynamique, puis compter les jours à partir du JD.

- Epoque julienne (JE)

$$JE = 2000.0 + \frac{JD - 2451545.0}{365.25} ; JD = 2451545.0 + (JE - 2000.0) * 365.25$$

$$4 \text{ sept } 2002 \text{ à } 11\text{h}00\text{m}00\text{s} : JD 2\ 452\ 521.95833 = 2002.67476613$$





Pour occuper vos soirées ....

# Petits problèmes amusants sur le temps- I

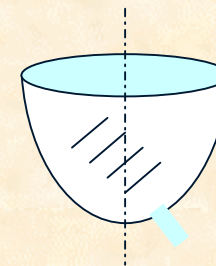
**Principe de T2L2 :** (Adapté de Martin Gardner, Haha, 1979, Belin)

- Mr et Mme Dupont arrivent dans leur maison de Campagne dont la seule horloge s'est arrêtée. M. Dupont la remonte puis part faire quelques courses au village en à sa femme 'je vais chercher l'heure et je reviens' (il n'a bien sur pas de montre. Il fait ses courses à l'épicerie où il y a une magnifique horloge et revient par le même chemin et avec le même pas. En rentrant il met l'horloge à l'heure à la stupéfaction de madame 'mais tu connais la distance au village et ta vitesse ? '
- Quelles sont les positions réversibles sur une horloge classique, c'est à dire les cas où l'on peut interchanger les deux aiguilles sans s'en apercevoir.
- L'observation du cadran d'une horloge dans un miroir viole-t-elle le principe d'invariance P ? PT ?
- Les aiguilles de ma montre se superposent toutes les 65 mn. Avance-t-elle ou bien retarde-t-elle ? Dans combien de temps le décalage sera de 1 h ?
- On possède 5 horloges : l'une fonctionne parfaitement, la deuxième retarde de 1 mn par heure, la troisième avance de 1 mn par heure, la suivante tourne deux fois trop vite et la dernière marche à l'envers. Ce jour elles indiquent toutes la même heure : 4h22m. Cela peut-il se reproduire et quand ?
- Lewis Carroll parle d'une horloge qui retarde de 1 mn par jour et signale qu'elle indique l'heure exacte une fois tous les 4 ans. Êtes-vous d'accord avec lui ?



## Petits problèmes amusants sur le temps - II

- Donnez la forme méridienne d'une clepsydre de révolution pour que l'écoulement soit uniforme ? Bien réfléchir à la façon dont on introduit la contrainte d'uniformité et à sa signification.



- On considère une montre classique à deux aiguilles et un cadran, dont le cadran est libre de tourner derrière les aiguilles. Pour une heure donnée, par exemple 9h17, quelles sont les rotations permises du cadran, c'est à dire celles qui aboutissent à la lecture d'une heure qui ait un sens ?

Après avoir brillamment résolu cette question, passer au cas où la **montre est munie d'une trotteuse**.

- Toujours avec cette même montre à trois aiguilles, quelle est la probabilité que la trotteuse se trouve dans l'angle aigu formé par les deux aiguilles ? ( **ce n'est pas tout à fait 1/4, ce serait trop simple !** )

- On considère un ruban infiniment élastique de longueur initiale  $l_0 = 1$  m. Une limace se déplace depuis l'origine de ce ruban à la vitesse de 1 cm/s et toutes les secondes le ruban est étiré de 1m. La limace peut -elle atteindre l'extrémité ? Si oui au bout de combien de temps ?

- Deux train  $T_1$  et  $T_2$  partent au même instant des points A et B distants de 600 km. Ils roulent à une vitesse constante de 150 km/h. Au moment du départ une mouche ( il s'agit de l'espèce *Musca megavelocitas*, L.) quitte le train A en direction du train B et vole à la vitesse de 200 km/h. Lorsqu'elle retrouve le train B, elle fait demi-tour vers le train A et répète ainsi sa ronde jusqu'au crash final. Quelle distance a-t-elle alors parcouru ?

**Mais la question intéressante est la suivante** : si l'on regarde le problème à l'envers, c'est à dire avec les deux trains qui s'éloignent l'un de l'autre vers les stations A et B. Ou se trouve la mouche entre A et B lorsque les trains parviennent à destination.

