

# LES FORCES PERTURBATRICES

les forces de surface

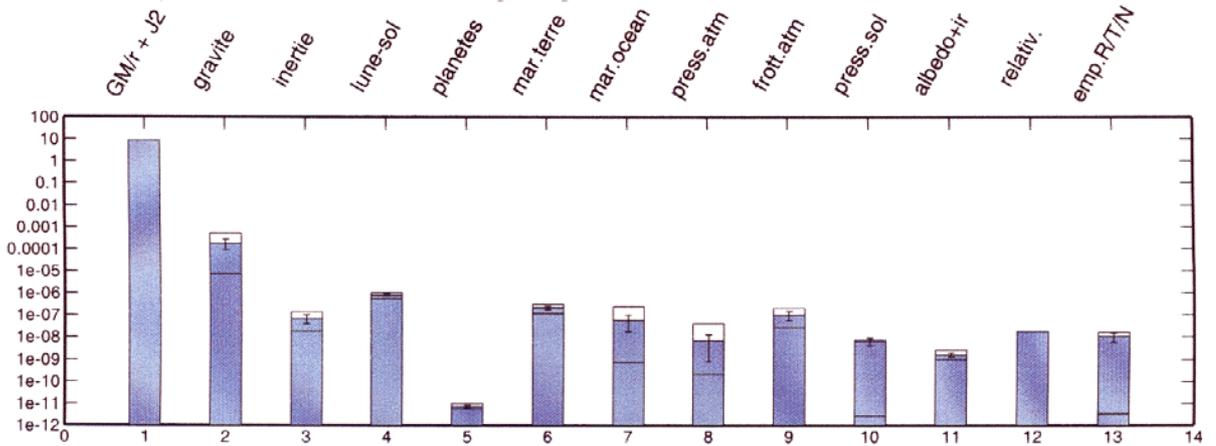
*Richard BIANCALE, CNES DSO/ED/GS/GTP*



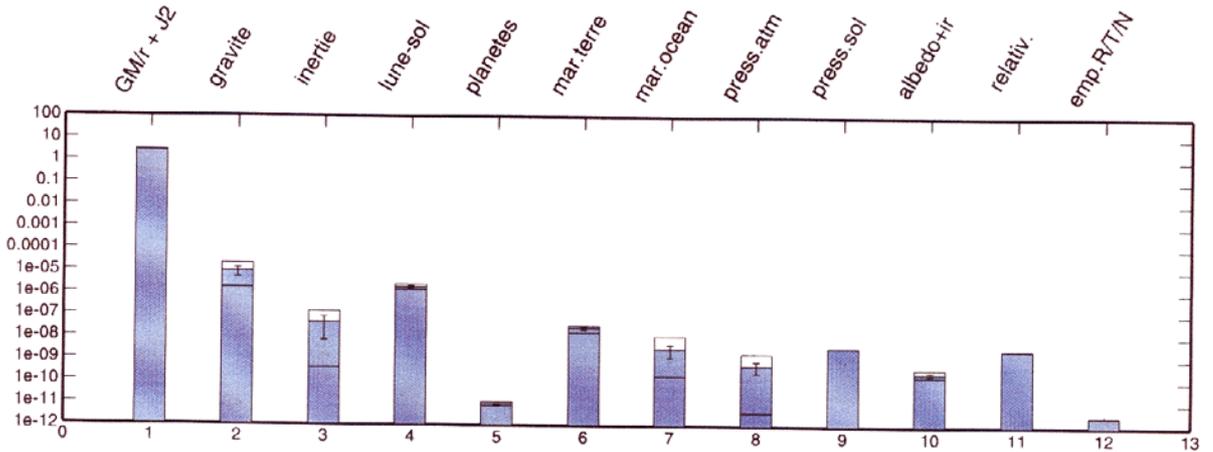
Ecole de Géodésie Spatiale 2-6 Septembre 2002 Forcalquier

# Accélérations (m/s<sup>2</sup>)

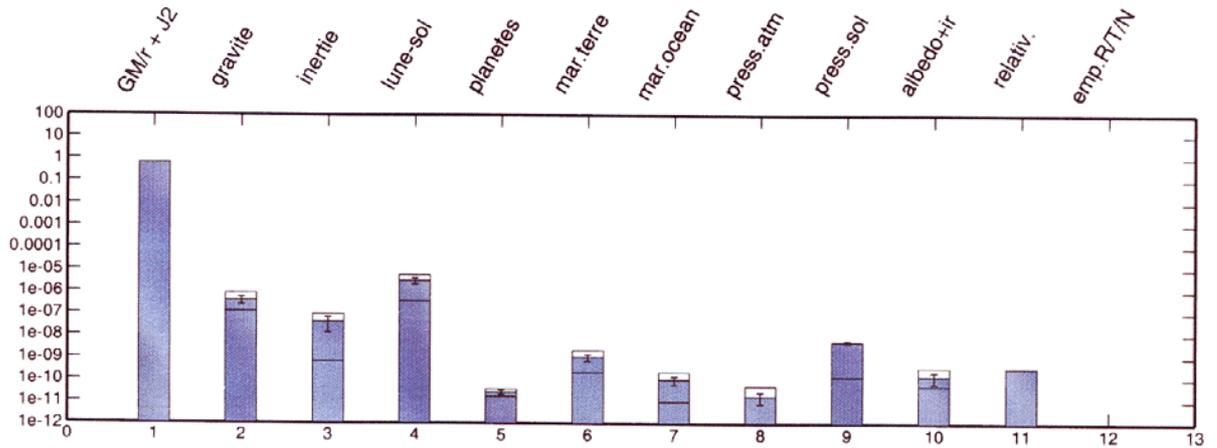
**SATELLITE GFZ-1 (400 km)**



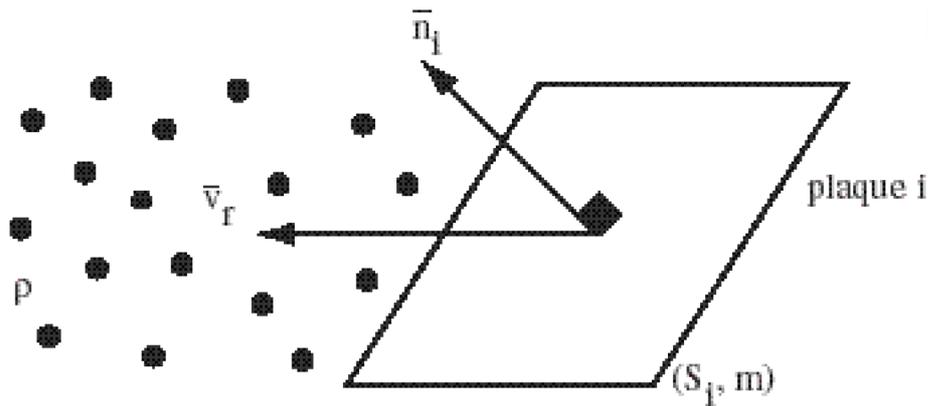
**SATELLITE LAGEOS (5 900 km)**



**SATELLITE ETALON (19 000 km)**



# Traînée atmosphérique : « frottement »



$$\frac{\bar{F}}{m} = -\frac{1}{2} \rho \left[ \sum_i C_{D_i} \frac{S_i}{m} (\bar{v}_r \cdot \bar{n}_i) \bar{v}_r + \sum_i C_{L_i} \frac{S_i}{m} (\bar{v}_r \times \bar{n}_i) \times \bar{v}_r \right]$$

$\omega$  : vitesse de rotation de la Terre

$\rho$  : densité de l'atmosphère

$\bar{v}_r$  : vecteur vitesse relative par rapport à l'atmosphère en rotation et aux

vents

$$\begin{pmatrix} \dot{x} + \omega y - v_x \\ \dot{y} - \omega x - v_y \\ \dot{z} - v_z \end{pmatrix}, \quad \omega = 7,292115 \cdot 10^{-5} \text{ rd/s}$$

$\bar{n}_i$  : vecteur normal à la plaque i

$C_{D_i}$  : coefficient aérodynamique de traînée

$C_{L_i}$  : coefficient aérodynamique de portance

**Coefficients vectorisés de traînée et portance :**

$$\bar{C}_D = \sum_i C_{D_i} \frac{S_i}{m} \frac{\bar{v}_r \cdot \bar{n}_i}{v_r^2} \bar{v}_r$$

$$\bar{C}_L = \sum_i C_{L_i} \frac{S_i}{m} \frac{\bar{v}_r \times \bar{n}_i}{v_r^2} \times \bar{v}_r$$

$$\frac{\bar{F}}{m} = -\frac{1}{2} \rho v_r^2 (\bar{C}_D + \bar{C}_L)$$

# Les coefficients aérodynamiques

Les coefficients aérodynamiques sont la somme de coefficients d'absorption (des molécules de gaz) et de réémission supposée diffuse. Ils s'explicitent différemment selon la forme et la température de la paroi dans une hypothèse de distribution Maxwellienne des vitesses moléculaires :

$$C_D = C_{Da} + C_{Dr}$$

$$C_L = C_{La} + C_{Lr}$$

- cas d'une plaque :

$$C_{Da} = \left(1 + \frac{1}{2s^2}\right) (1 + \operatorname{erf}(s \cdot \sin \theta)) + \frac{1}{\sqrt{\pi} s \cdot \sin \theta} e^{-(s \cdot \sin \theta)^2}$$

$$C_{La} = \frac{1}{2s^2} (1 + \operatorname{erf}(s \cdot \sin \theta))$$

$$C_{Dr} = \frac{1}{2s^2} R_T \cdot \left( e^{-(s \cdot \sin \theta)^2} + \sqrt{\pi} s \cdot \sin \theta (1 + \operatorname{erf}(s \cdot \sin \theta)) \right)$$

$$C_{Lr} = C_{Dr}$$

$\theta$  : angle d'incidence de la plaque  $i$  par rapport à la vitesse  $\bar{v}_r$   $\left( \sin \theta = \frac{\bar{n}_i \cdot \bar{v}_r}{|\bar{v}_r|} \right)$

$s$  : ratio de vitesse  $\left( s = \frac{v}{\sqrt{2RT/Wmm}}, R = 8314.5 \text{ constante des gaz parfaits} \right)$

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du$$

$R_T$  : ratio de température selon le signe de  $\sin \theta$

$$\sin \theta > 0 : R_T = \sqrt{\frac{T_i}{T}} + \sqrt{1 - \alpha} \left( s - \sqrt{\frac{T_i}{T}} \right)$$

$$\sin \theta < 0 : R_T = \sqrt{\frac{T_i}{T}} + \sqrt{1 - \alpha} \left( 1 - \sqrt{\frac{T_i}{T}} \right)$$

$T$  : température de l'atmosphère (donnée par le modèle d'atmosphère)

$T_i$  : température de la face  $i$

$$\alpha = \text{coefficient d'accommodation de Cook} \left( \alpha = \frac{3.6u}{(1+u)^2} \right),$$

$$u = \min \left( 1, \frac{Wmm}{16} \right), Wmm : \text{ poids moléculaire moyen.}$$

- cas d'une sphère  $(\bar{n}_i \cdot \bar{v}_r = v_r)$ :

$$C_{Da} = \left(2 + \frac{2}{s^2} - \frac{1}{2s^4}\right) \operatorname{erf}(s) + \frac{2s^2 + 1}{\sqrt{\pi} s^3} e^{-s^2}$$

$$C_{Dr} = \frac{2\sqrt{\pi}}{3s} \sqrt{\frac{T_i}{T}}$$

$$C_{La} = C_{Lr} = 0$$

- cas d'un cylindre

$$C_{Da} = \frac{\sqrt{\pi}}{s \sin \theta} (3 \sin^2 \theta P(s \cdot \sin \theta) + \cos^2 \theta G(s \cdot \sin \theta))$$

$$C_{La} = \frac{\sqrt{\pi}}{s} \sin \theta (3 P(s \cdot \sin \theta) - G(s \cdot \sin \theta))$$

$$C_{Dr} = \frac{\pi\sqrt{\pi}}{4s} R_T \sin \theta$$

$$C_{Lr} = C_{Dr}$$

$\theta$  : angle d'incidence du cylindre (entre la vitesse et l'axe du cylindre)  
 $\left( \sin \theta = \frac{\bar{n}_i \cdot \bar{v}_r}{|\bar{v}_r|} \right)$

$P(x)$  et  $G(x)$  : dépendants des fonctions de Bessel modifiées de première espèce d'ordre 0 et 1.

# **Modélisation de la densité de la thermosphère**

## **(modèles DTM, MSIS)**

Les modèles de type DTM ou MSIS sont semi-empiriques. Ils sont fondés sur certaines hypothèses physiques qui autorisent l'application des lois :

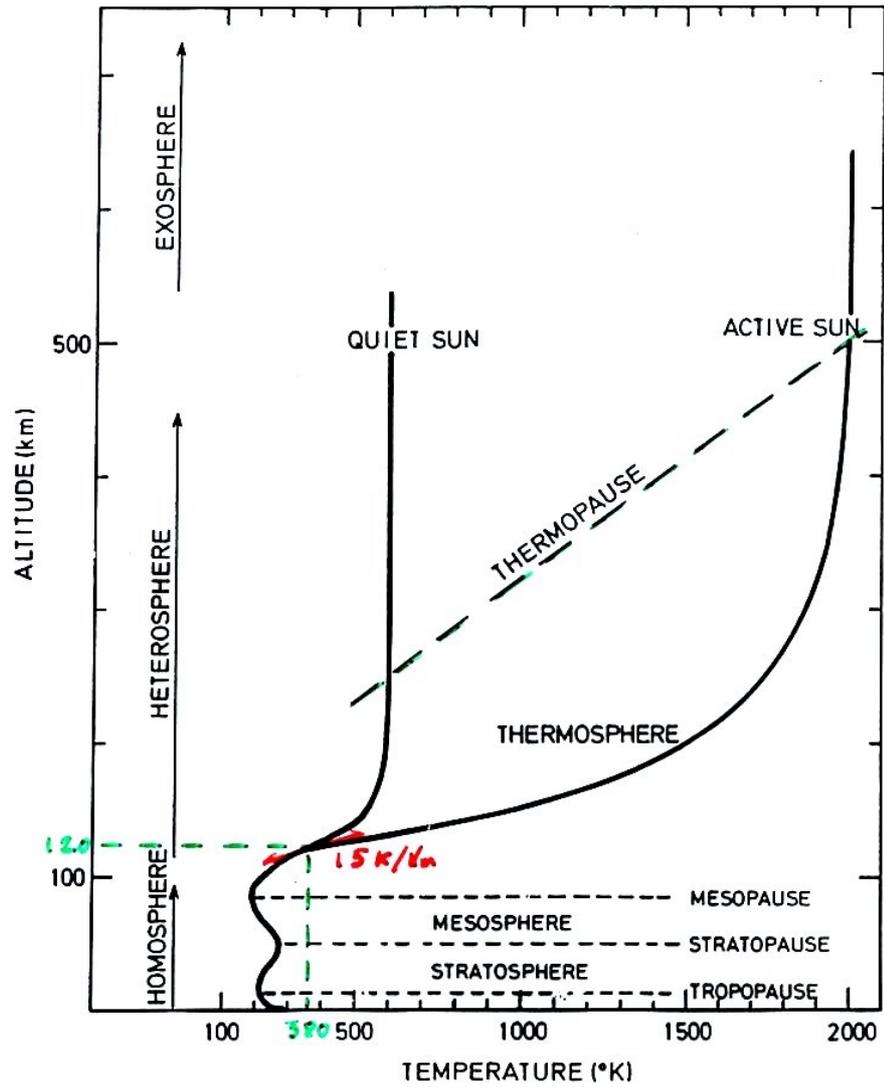
- les équilibres des différents constituants sont indépendants entre eux ;
- les colonnes verticales d'atmosphère sont indépendantes entre elles et en équilibre statique de diffusion ;
- les paramètres d'état de l'atmosphère sont connus à la limite inférieure de la thermosphère.

L'intégration simplifiée de l'équation différentielle de l'équilibre statique de diffusion conduit à la densité partielle de chaque constituant de la thermosphère (H, He, N<sub>2</sub>, O, O<sub>2</sub> ...) selon une loi d'altitude dépendant de la température.

En outre, ces modèles sont complétés par une fonction empirique  $G(L)$  (Hedin, 1974) qui tient compte de différents paramètres comme les indices de flux solaire F10.7 et d'activité géomagnétique  $K_p$ , la latitude, l'heure locale, la saison ...

Le flux du soleil est la principale source de chauffage de la thermosphère. Sa variation, liée au nombre des tâches solaires, se mesure plus efficacement aux basses ou hautes fréquences comme dans la bande radioélectrique à 10,7 cm ou de façon plus représentative (mais depuis moins longtemps) dans la raie d'absorption du magnésium II à 280 nm. Le vent solaire apporte, lui, des particules chargées qui précipitent dans les hautes latitudes, piégées par le champ magnétique terrestre, et chauffent la thermosphère par effet Joules. C'est pourquoi les indices géomagnétiques  $K_p$  ou  $K_m$  sont utilisés pour représenter indirectement ce chauffage par friction.

## The Temperature Distribution



**Fig. 1.9** Vertical temperature distribution in the earth's atmosphere with emphasis on the thermosphere. (After P. M. Banks and G. Kockarts, "Aeronomy," Academic Press, New York, 1973, Part A, p. 3.)

**Température de la thermopause (= exosphérique) :**

$$T_{\infty} = A_1(1 + G(L))$$

**Température à 120 km :**

$$T_{120} = 377^{\circ} \text{ K} \quad , \quad T'_{120} = 16.67^{\circ}/\text{km (MSIS)}$$

$$T_{120} = 380^{\circ} \text{ K} \quad , \quad T'_{120} = 14.35^{\circ}/\text{km (DTM)}$$

**Profil de température de Bates (1959) :**

$$T(z) = T_{\infty} - (T_{\infty} - T_{120}) \exp(-\sigma \xi)$$

$\sigma$  : gradient de température à 120 km :  $T'_{120} / (T_{\infty} - T_{120})$

$\xi$  : altitude géopotentielle :  $\xi = (z - 120) (R + 120) / (R + z)$

$R$  : rayon polaire (6 356.77 km)

**Concentration par constituant (H, He, O, N2...) :**

$$n_i(z) = A_i \exp(G_i(L)) \cdot f_i(z)$$

**Fonction d'altitude en équilibre diffus :**

$$f_i(z) = \left( \frac{T_{120}}{T(z)} \right)^{1+\alpha+\gamma_i} \exp(-\sigma \gamma_i \xi)$$

$\alpha$  : coefficient de diffusion thermique (-.4 pour H et He, sinon 0)

$$\gamma_i = m_i g_{120} / (\sigma k_B T_{\infty})$$

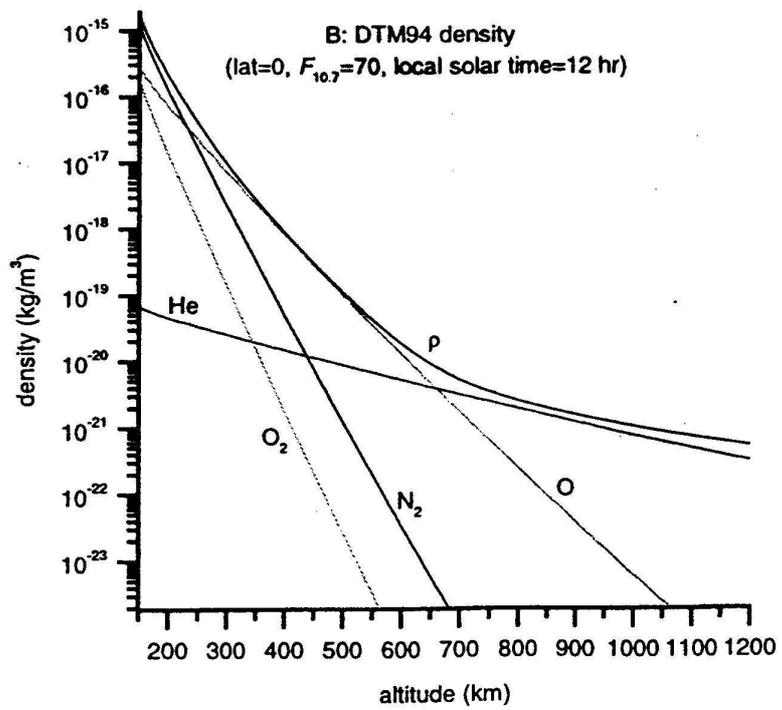
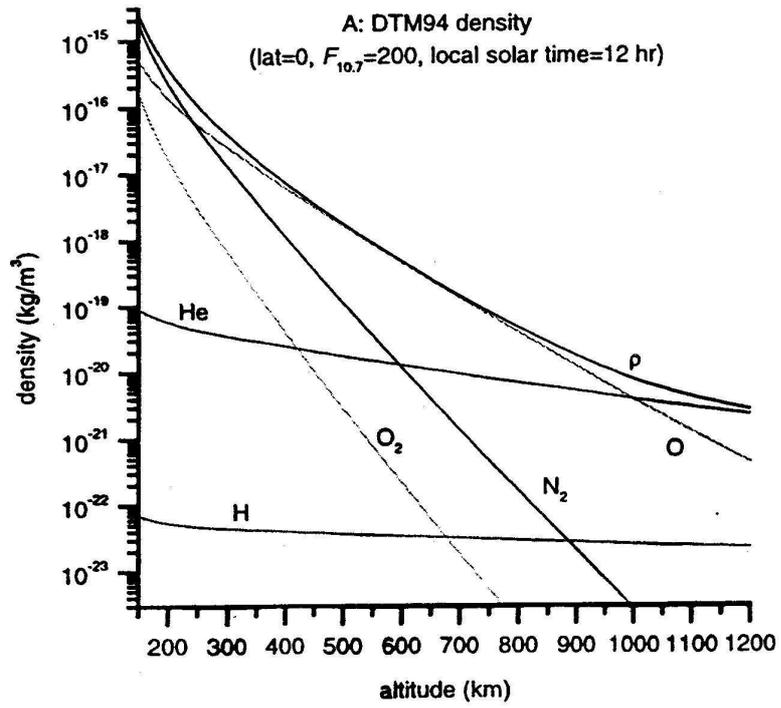
$m_i$  : masse moléculaire (= 1 pour H, 4 pour He, 16 pour O, 28 pour N2...)

$k_b$  : constante de Boltzmann ( $1.38 \cdot 10^{-23} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ K}^{-1}$ )

**Densité :**

$$\rho = \sum_i \frac{m_i n_i(z)}{N_A}$$

$N_A$  : constante d'Avogadro ( $6.022 \cdot 10^{26} / \text{kmol}$ ).



# La fonction G (L)

$G(L) = a_2 P_{20}(\cos \phi) + a_3 P_{40}(\cos \phi)$	latitude
$+ a_4 (F_{10.7} - \bar{F}_{10.7}) + a_5 (F_{10.7} - \bar{F}_{10.7})^2 + a_6 (\bar{F}_{10.7} - 150)$	daily and mean flux
$+ [(a_7 + a_8 P_{20} + a_{39} P_{40}) K_p$	$K_p$ at - 3 h
$+ (a_9 + a_{10} P_{20}) \cos(\Omega(d - a_{11}))$	annual ( $\Omega = 2\pi/365$ )
$+ (a_{15} P_{10} + a_{16} P_{30} + a_{17} P_{50}) \cos(\Omega(d - a_{18}))$	annual
$+ (a_{12} + a_{13} P_{20}) \cos(2\Omega(d - a_{14}))$	1/2 annual
$+ a_{19} P_{10} \cos(2\Omega(d - a_{20}))$	1/2 annual
$+ (a_{21} P_{11} + a_{22} P_{31} + a_{23} P_{51}) \cos(\omega h)$	diurnal ( $\omega = 2\pi/24$ )
$+ (a_{24} + a_{25} P_{21}) \cos(\Omega(d - a_{18})) \cos(\omega h)$	diurnal/annual
$+ (a_{26} P_{11} + a_{27} P_{31} + a_{28} P_{51}) \sin(\omega h)$	diurnal
$+ (a_{29} + a_{30} P_{21}) \cos(\Omega(d - a_{18})) \sin(\omega h)$	diurnal/annual
$+ (a_{31} P_{22} + a_{37} P_{42}) \cos(2\omega h)$	1/2 annual
$+ (a_{33} P_{22} + a_{38} P_{42}) \sin(2\omega h)$	1/2 annual
$+ (a_{32} \cos(2\omega h) + a_{34} \sin(2\omega h)) P_{32} \cos(\Omega(d - a_{18}))$	1/2 diurnal/annual
$+ (a_{35} \cos(3\omega h) + a_{36} \sin(3\omega h)) P_{33}$	1/3 diurnal
$+ (a_{40} P_{10} + a_{41} P_{30} + a_{42} P_{50}) \cos(\Omega(d - a_{18})) K_p$	$K_p$ /annual
$* [1 + \alpha (a_4 (F_{10.7} - \bar{F}_{10.7}) + a_5 (F_{10.7} - \bar{F}_{10.7})^2 + a_6 (\bar{F}_{10.7} - 150))] ]$	coupling with flux ( $\alpha = 1$ ) except for H and H <sub>c</sub> ( $\alpha = 0$ )

# flux solaire moyen (indice F10.7)

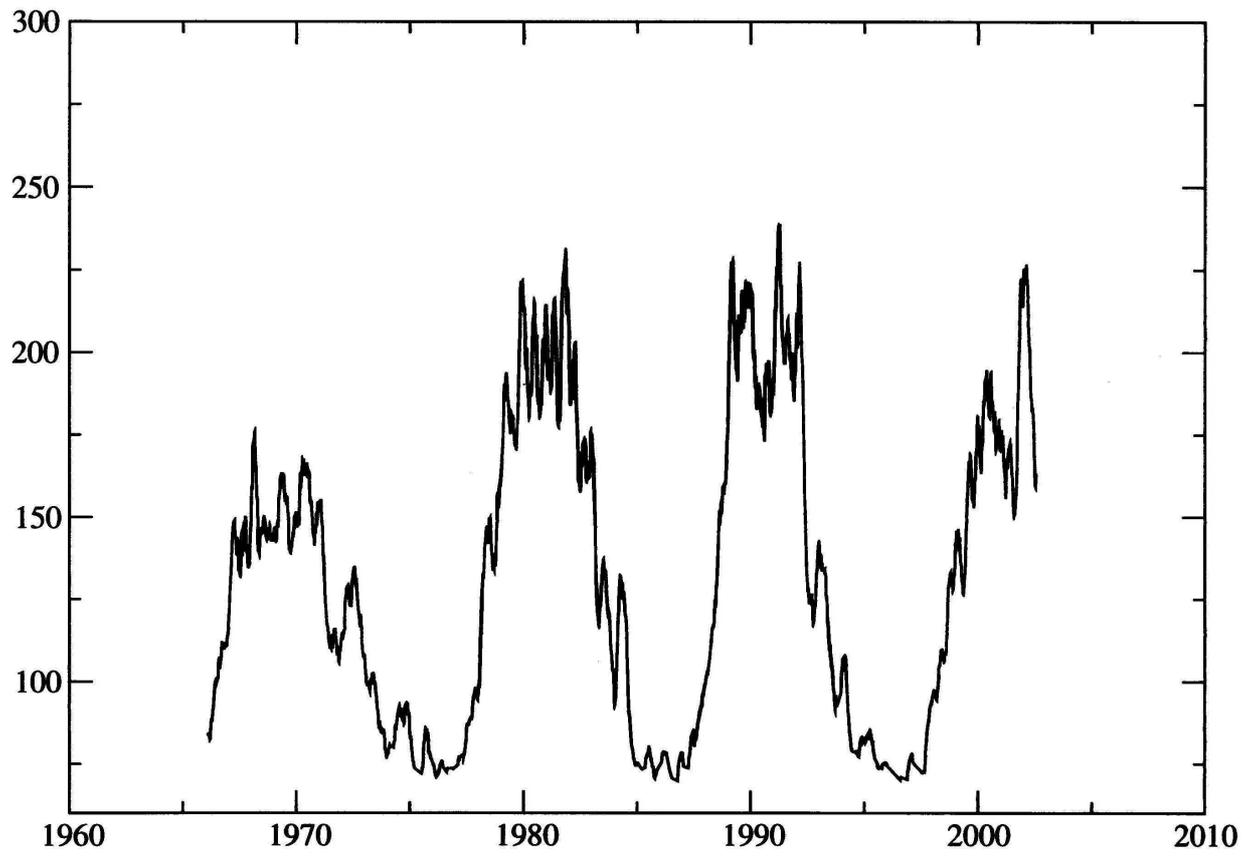
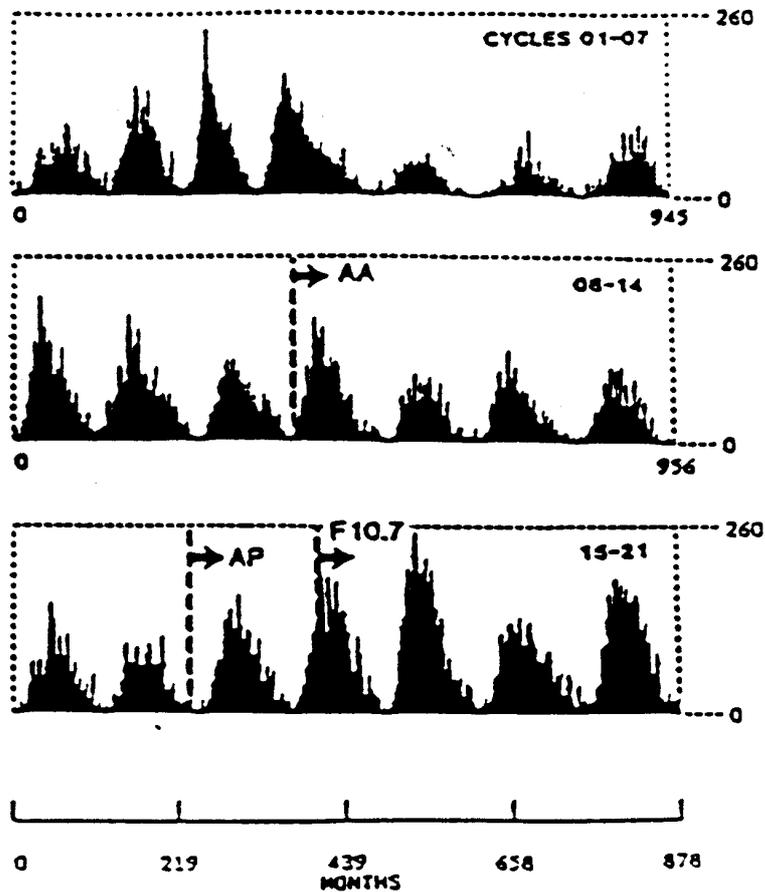
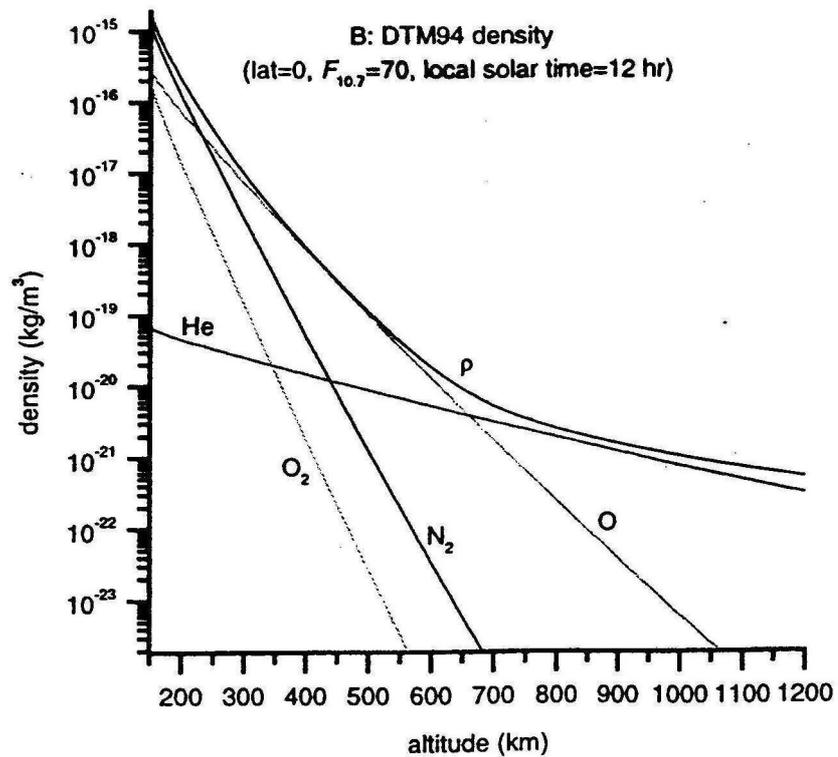
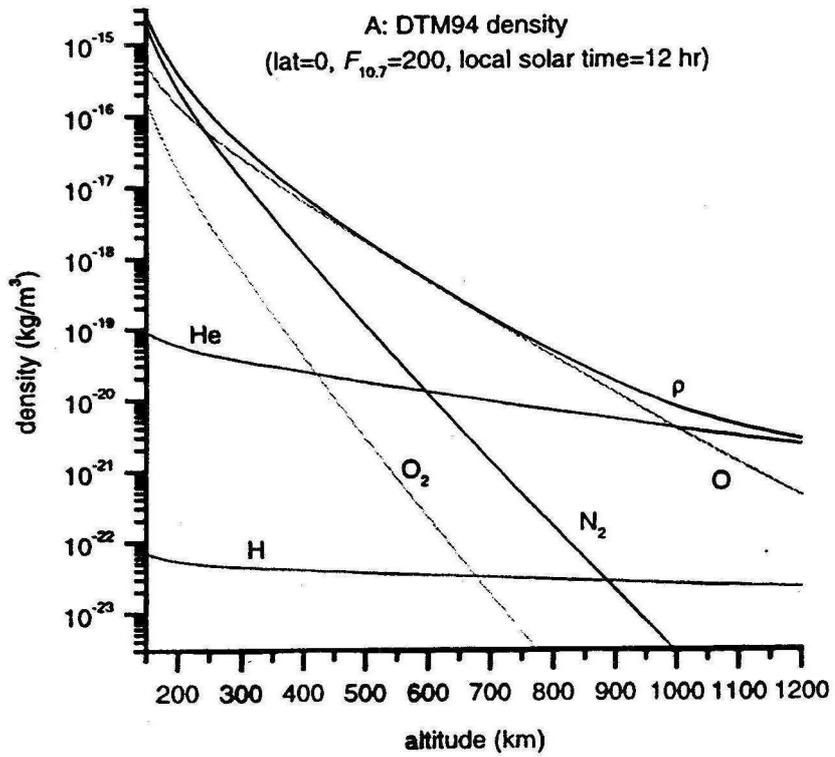


Table 4. Maximum and minimum of sunspot cycles 1 to 22

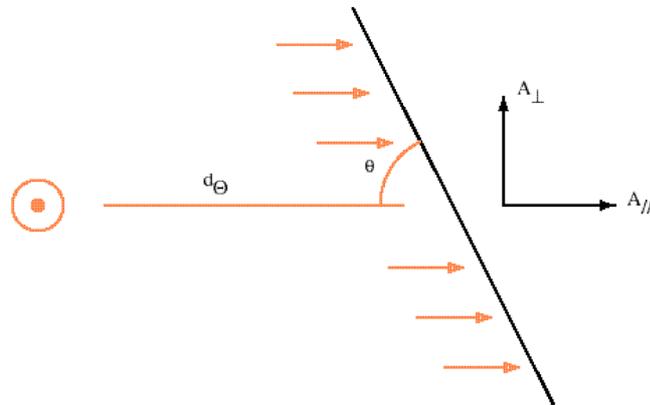
Cycle No.	Min. Date	Max. Date	R min	R max	Asc. (m)	Des. (m)
1	02 1755	06 1761	8.4	86.5	76	60
2	05 1766	09 1769	11.2	115.8	39	70
3	06 1775	05 1778	7.2	158.5	35	76
4	09 1784	02 1788	9.5	141.2	41	122
5	04 1798	02 1805	3.2	49.2	82	65
6	07 1810	05 1816	0.0	48.7	70	83
7	04 1823	11 1829	0.1	71.7	79	48
8	11 1833	03 1837	7.3	146.9	40	76
9	07 1843	02 1848	10.5	131.6	55	94
10	12 1855	02 1860	3.2	97.9	50	85
11	03 1867	08 1870	5.2	140.5	41	100
12	12 1878	12 1883	2.2	74.6	60	74
13	02 1890	01 1894	5.0	87.9	47	96
14	01 1902	02 1906	2.7	64.2	49	89
15	07 1913	08 1917	1.5	105.4	49	71
16	07 1923	04 1928	5.6	78.1	57	65
17	09 1933	04 1937	3.5	119.2	43	82
18	02 1944	05 1947	7.7	151.8	39	83
19	04 1954	03 1958	3.4	201.3	47	79
20	10 1964	11 1968	9.6	110.6	49	91
21	06 1976	12 1979	12.2	164.5	42	81
22	09 1986	—	—	—	—	—





# La pression de radiation

## 1) Radiations solaires



L'accélération est générée par absorption de quantité de mouvement dans le flux

photonique solaire :

$$A_{//} = C \left( \frac{d_{\Theta}}{d} \right)^2 \frac{S}{m} \beta_{//}$$

$$A_{\perp} = C \left( \frac{d_{\Theta}}{d} \right)^2 \frac{S}{m} \beta_{\perp}$$

**C : constante solaire**  $= \frac{\phi}{cd_{\Theta}^2} = 4.5 \cdot 10^{-6} \text{ N/m}^2$  à 1 ua ( $\phi = 1367 \text{ W/m}^2$ )

$d_{\Theta} / d$  : rapport des distances solaires à vraie moyenne

$S/m$  : rapport surface sur masse

$\beta_{//}, \beta_{\perp}$  : coefficients d'aspect et d'attitude du satellite:

**pour une plaque :**

$$\beta_{//} = |\sin \theta| \left( 1 - K_s \cos 2\theta + \frac{2}{3} K_d \sin \theta \right)$$

$$\beta_{\perp} = |\sin \theta| \left( K_s \cos 2\theta + \frac{2}{3} K_d \sin \theta \right)$$

**pour une sphère :**

$$\beta_{//} = 1 + \frac{4}{9} K_d, \quad \beta_{\perp} = 0$$

$K_s$  : coefficient de réflexion spéculaire

$K_d$  : coefficient de réflexion diffuse

$K_a$  : coefficient d'absorption /  $K_a + K_d + K_s = 1$

## Coefficients de réflectivité

$\bar{\beta}_i$  : vecteur de réflectivité de la face  $i$  du satellite

### • pour une plaque (si $\cos \theta_i > 0$ ) :

$$\bar{\beta}_i = -\cos \theta_i \left( (1 - K_S) \bar{s} + \left( \frac{2}{3} K_D + 2K_S \cos \theta_i \right) \bar{n}_i \right)$$

$\bar{s}$  : vecteur unitaire de la direction : satellite-Soleil

$\bar{n}_i$  : vecteur unitaire normal à la face  $i$

$$\cos \theta_i = \bar{n}_i \cdot \bar{s}$$

$K_S$  : coefficient de réflectivité spéculaire

$K_D$  : coefficient de réflectivité diffuse

### • pour une demi-sphère :

$$\begin{aligned} \bar{\beta} = & - \left[ \frac{\sin \theta}{2} (1 + \cos \theta) + \frac{4}{9} K_D \sin \theta \left( 1 - \frac{\theta}{\pi} \right) \right] (\bar{s} \times \bar{n}) \times \bar{n} \\ & - \left[ \frac{\cos \theta}{2} (1 + \cos \theta) + \frac{4}{9} K_D \left( \cos \theta \left( 1 - \frac{\theta}{\pi} \right) + \frac{\sin \theta}{\pi} \right) + \frac{K_S}{4} \sin^2 \theta \right] \bar{n} \end{aligned}$$

$\bar{n}$  : vecteur unitaire axe de la demi-sphère

### • pour une sphère :

$$\bar{\beta} = - \left( 1 + \frac{4}{9} K_D \right) \bar{s}$$

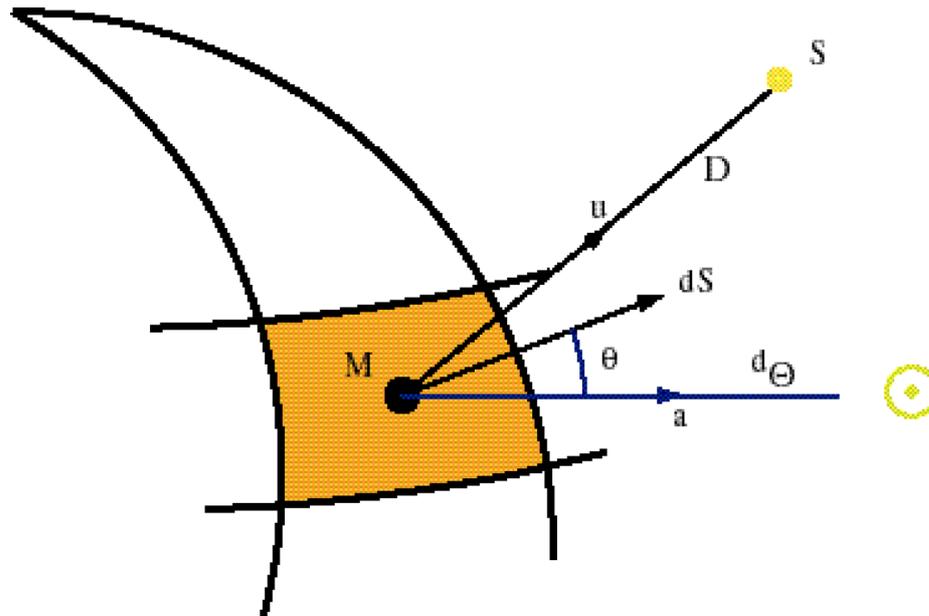
### • pour un cylindre :

$$\bar{\beta} = \left( \frac{\pi}{6} K_D \cos \theta + \frac{2}{3} K_S \sin 2\theta \right) \bar{n} - \left( \frac{\pi}{6} K_D + \left( 1 + \frac{1}{3} K_S \right) \sin \theta \right) \bar{s}$$

$\bar{n}$  : vecteur unitaire axe du cylindre

$$\cos \theta = \bar{n} \cdot \bar{s}$$

## 2) Radiations réémises par la Terre (albedo)



accélération élémentaire :

$$dA_k = \frac{C S}{\pi m} \rho \frac{(\bar{a} \cdot \overline{dS})(\bar{u} \cdot \overline{dS})}{D^2} \beta_k \quad k = (1, 2, 3)$$

sur la Terre éclairée :

$$A_k = \frac{C S}{\pi m} \iint_{\Sigma} \rho \frac{(\bar{a} \cdot \overline{dS})(\bar{u} \cdot \overline{dS})}{D^2} \beta_k$$

$\rho$  : albedo (ratio du flux courte longueur d'onde émis/reçu,  $\rho_{moyen} \approx 0,3$ )

## 3) Radiations émises en infra-rouge

$$A_k = \frac{C S}{\pi m} \iint_{\Sigma} \frac{e (\bar{u} \cdot \overline{dS})}{4 D^2} \beta'_k$$

$e$  : émissivité de la Terre (ratio de flux infra-rouge émis / corps noir,

$$e \sim .7, F_{IR} = \frac{e}{4} \phi)$$

$\beta'_k$  : coefficients d'aspect et d'attitude du satellite en infra-rouge tels que:

$$K'_S = \frac{K_S}{K_S + K_D} (1 - \varepsilon)$$

$$K'_D = \frac{K_D}{K_S + K_D} (1 - \varepsilon)$$

,  $\varepsilon$  : émissivité de la paroi

**A l'ombre de la Terre, la pression de radiation directe s'annule. Une fonction régularisante valant 1 au soleil et 0 à l'ombre est donc introduite en facteur de l'accélération avec une transition « douce » entre soleil et ombre ou inversement qui permet d'étaler en intégration numérique le passage rapide (quelques secondes) dans la pénombre:**

$$\bar{A} = C \cdot \left( \frac{d_{ua}}{d_S} \right) \cdot k_S \cdot f_{reg} \sum_i \frac{S_i}{m} \bar{\beta}_i$$

$f_{reg}$  : fonction d'ombre régularisante ( $0 \leq f_{reg} \leq 1$ )

$$f_{reg} = \frac{1}{1 + e^{-x_1 - x_2}}$$

avec :

$$x_1 = a_T \frac{r}{R_T} \left( \left( \frac{r}{R_T} \right)^2 \sin^2 \theta - 1 \right)$$

$$x_2 = e^{b_T \left( \frac{r}{R_T} \right) \cos \theta}$$

$r$  : distance géocentrique (ou sélénocentrique) du satellite

$\theta$  : angle géocentrique (ou sélénocentrique) entre satellite et Soleil

pour l'ombre de la Terre :

$R_T = 6\,371\,000$  km : rayon terrestre moyen

$a_T = 50, b_T = 50$  : coefficients régularisants ( $a_T$  est de plus modulé par 2 corrections qui tiennent compte du rayon équivalent Terre+atmosphère selon la latitude et l'altitude du satellite)

pour l'ombre de la Lune :

$R_L = 1\,738\,000$  m : rayon lunaire moyen

$a_L = .01, b_L = 10^{-5}$  : coefficients regularisants

### **Exemple de fonctions moyennes d'albedo et d'émissivité tirées de modèles moyens zonaux et saisonniers d'albedo et de flux infra-rouge :**

fonction albedo terrestre:

$$\rho_a = 24.58 - .0126 \varphi + .0067 \varphi^2 - .0019 \varphi^2 \sin \left( \frac{\pi j}{182.5} - \frac{\pi}{2} \tanh \frac{\varphi + 5}{10} \right)$$

fonctions flux infra-rouge (W/m<sup>2</sup>) ou émissivité terrestres:

$$F_{IR} = 249.2 + .0973 \varphi - .0127 \varphi^2 - .0053 \varphi^2 \sin \left( \frac{\pi j}{182.5} + \frac{\pi}{2} \tanh \frac{\varphi}{10} \right)$$

$$\text{ou : } e_{IR} = .7292 + .000285 \varphi - .000037 \varphi^2 - .000016 \varphi^2 \sin \left( \frac{\pi j}{182.5} + \frac{\pi}{2} \tanh \frac{\varphi}{10} \right)$$

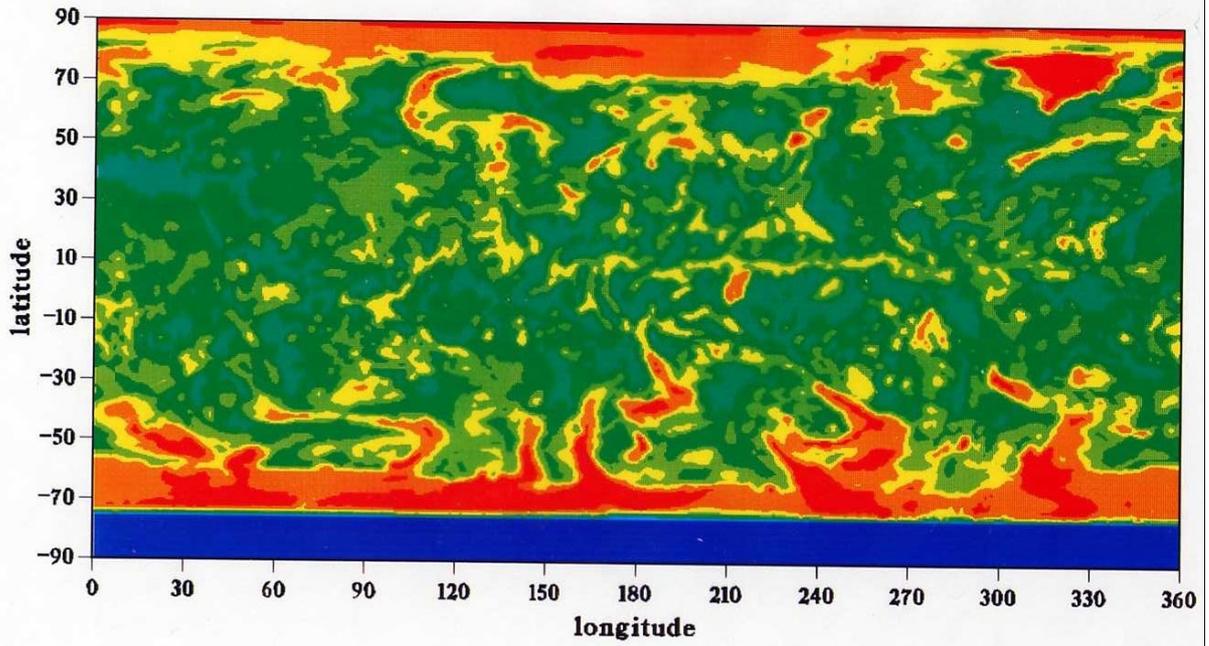
$\varphi$  : latitude en degré

$j$  : jour dans l'année



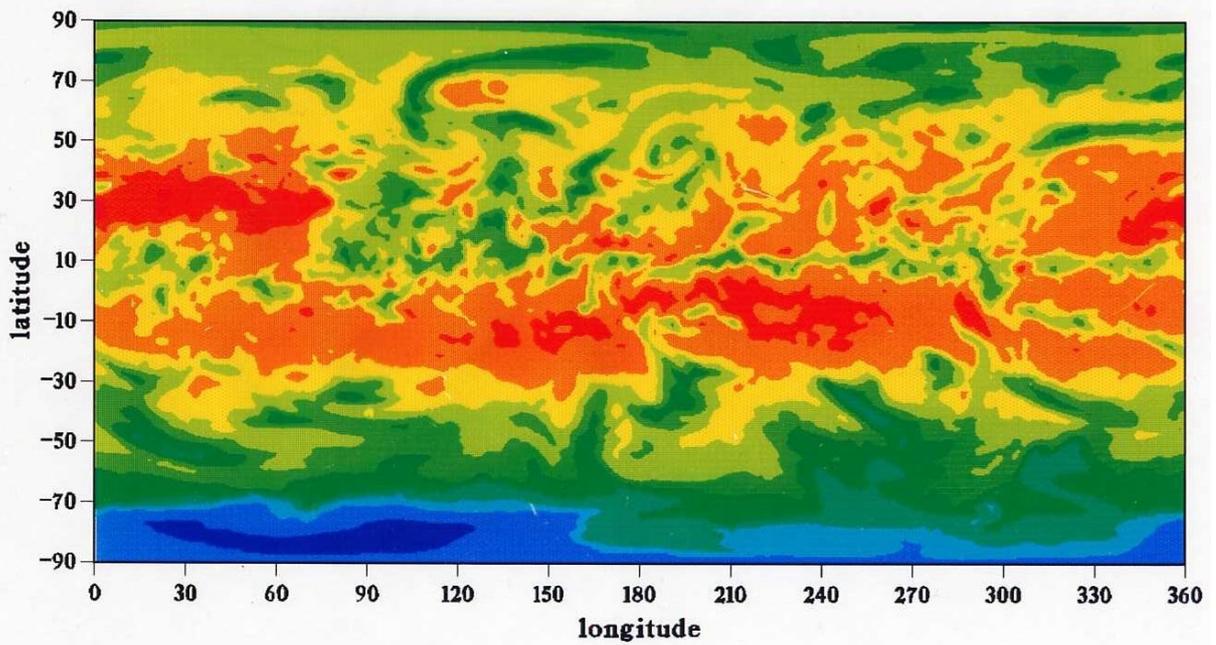
**ALBEDO**

August 9, 1993



**I. R. FLUX**

August 9, 1993



# La diffusion thermique

La température de surface d'un satellite est affectée par les flux extérieurs reçus, du Soleil et de la Terre, et peut l'être aussi par la dissipation thermique des équipements à bord. Il s'en produit, d'après la loi de diffusion de Lambert, une accélération :

$$\bar{A} = -\frac{2}{3} \frac{\sigma}{c} \sum_i \frac{S_i}{m} \varepsilon_i T_i^4 \bar{n}_i$$

constantes :

- $\sigma$  =  $5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$  : constante de Stefan-Boltzmann
- $c$  =  $299\,792\,458 \text{ m/s}$  : vitesse de la lumière
- $S_i$  : surface de la face  $i$  du satellite
- $m$  : masse du satellite
- $\varepsilon_i$  : coefficient d'émissivité de la face  $i$

vecteurs :

- $\bar{n}_i$  : vecteur unitaire normal à la face  $i$ ,  
pour les cylindres, on considère le vecteur normal à la  
surface éclairée :  $(\bar{s}_i - \bar{n}_i (\bar{n}_i \cdot \bar{s}_i)) / \sqrt{1 - (\bar{n}_i \cdot \bar{s}_i)^2}$
- $\bar{s}_i$  : vecteur unitaire satellite-soleil

variable :

- $T_i$  : température de surface de la face  $i$