

# La poursuite de satellite par satellite (Satellite-to-Satellite Tracking)

Félix Perosanz, CNES-GRGS

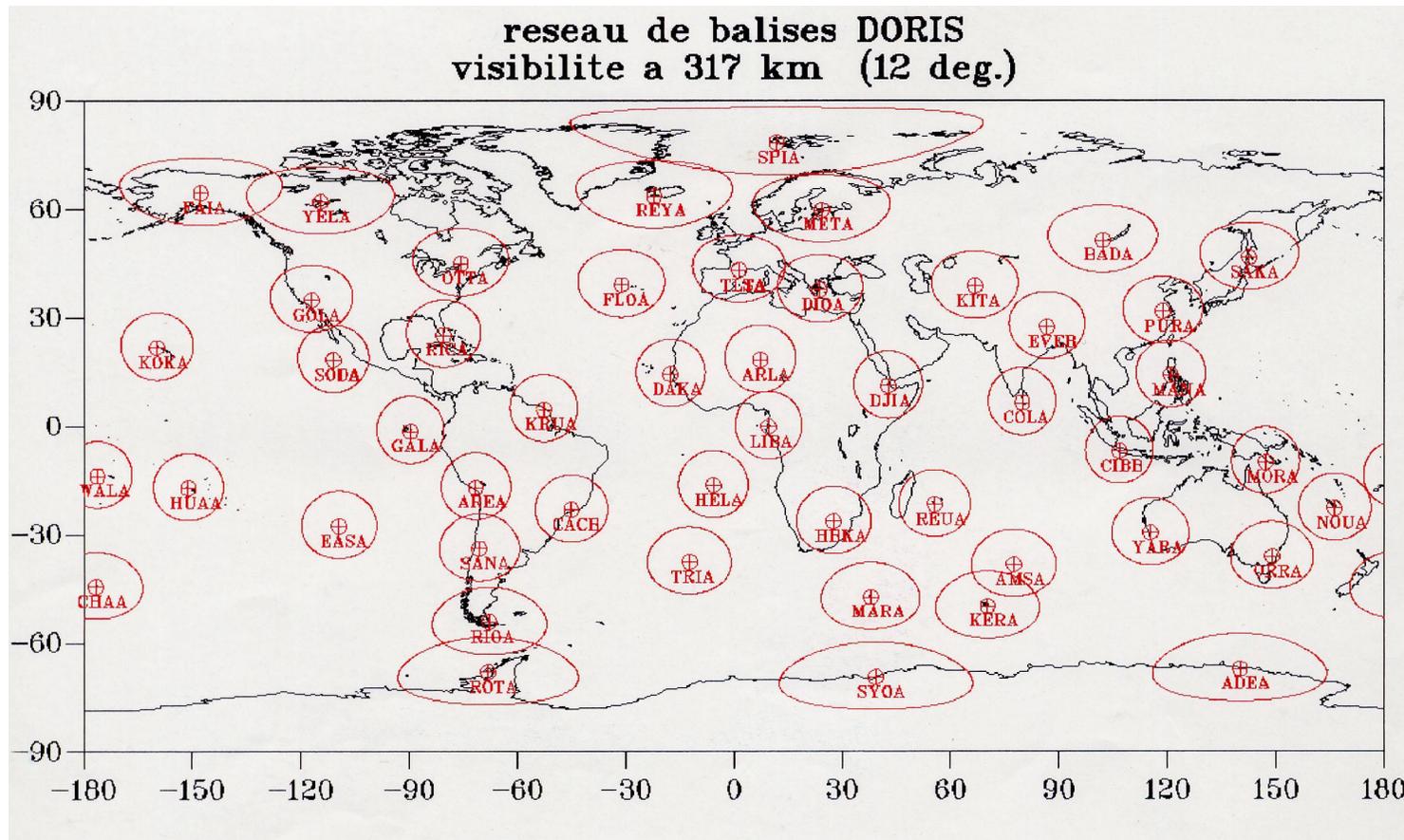
- Les différents modes de SST :
  - High-Low
  - Low-Low
  - en constellation
- Exemple d'étude de sensibilité pour le mode Low-Low

## SST (Satellite to Satellite Tracking)

- “nouvelle” technique de poursuite (TOPEX-1992) puis CHAMP, GRACE, GOCE, MICROMEGA...
- “Passage obligé” pour l’amélioration des modèles de champ de gravité (projets des 1980)
- Amélioration :
  - couverture de l’orbite
  - nouvelles observables (contraintes du champ de gravité)
- SST High-Low
- SST Low-Low
- SST Constellation

## SST High-Low

- Capacités de poursuite d'un réseau Terrestre sont très limitées pour des satellites orbitants a moins de 500 km... et c'est le cas de CHAMP, GRACE, GOCE, MICROMEGA...
- Poursuite depuis une constellation "globale" de type GPS, GLONASS, GALILEO, assure la continuité des observations de distance entre les satellites "hauts" et "bas"
- Cas du GPS :
  - continuité de poursuite de tout satellite en dessous de 20 000 km
  - redondance de mesures (au moins 4 à chaque époque)
  - possibilité de synchroniser les récepteurs
  - possibilité de "différentier" les mesures (C.f "équations pour les mesures GPS")



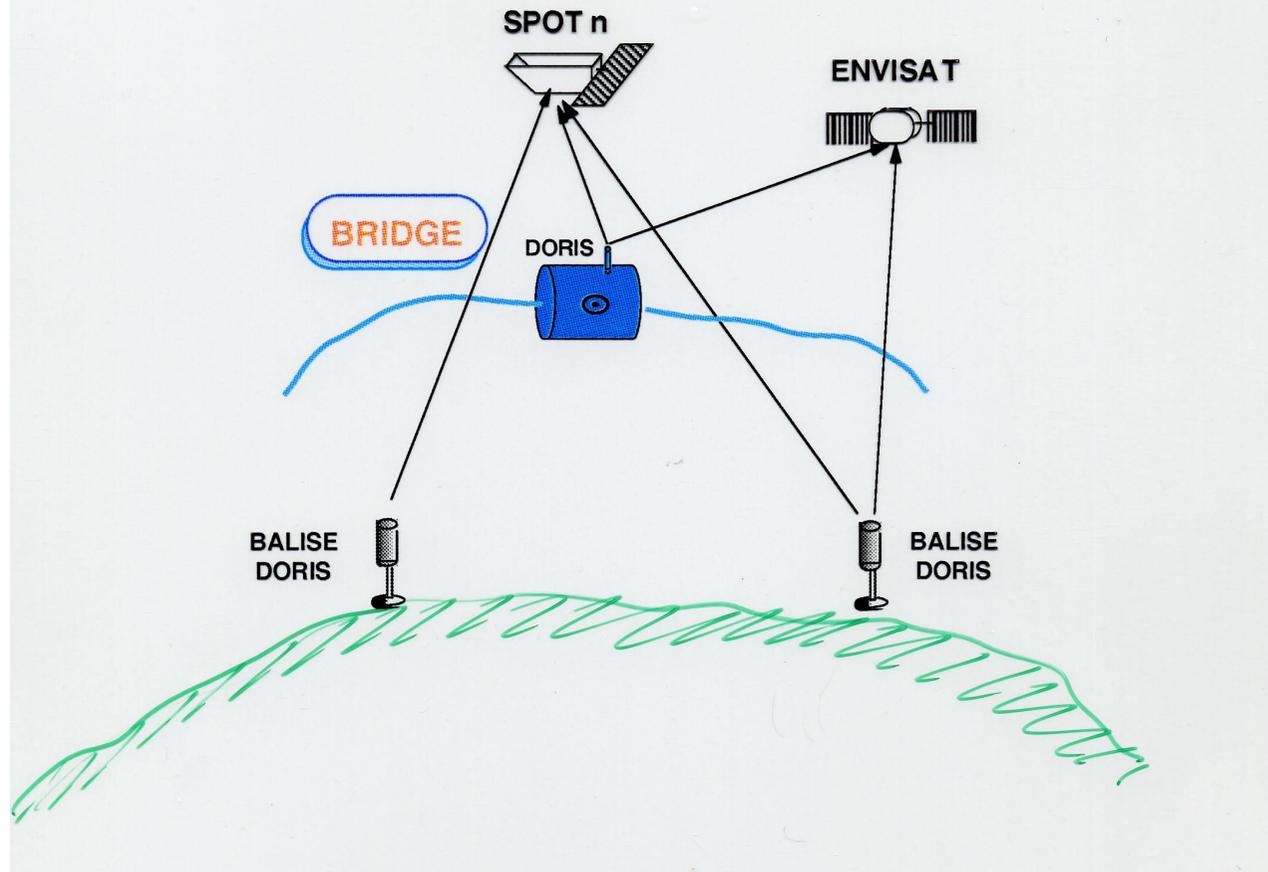
## SST Low-Low

- Mesure de distance et/ou de vitesse relative
  - mesure radio-électrique (GAMES, GRACE...)
  - interférométrie laser (SMART2, GRACE-FO...)
- Entre deux satellites sur des orbites différentes :
  - améliore le suivi
  - exemple du projet BRIDGE (CNES-1995)
- Entre deux satellites co-orbitants
  - suivi continu
  - “nouvelle” observable équivalente à la mesure du gradient de gravité dans la direction tangentielle (fréquences et résolution dépendant de la distance inter-satellite)

PROPOSITION POUR LA CARTOGRAPHIE DU CHAMP DE GRAVITÉ TERRESTRE

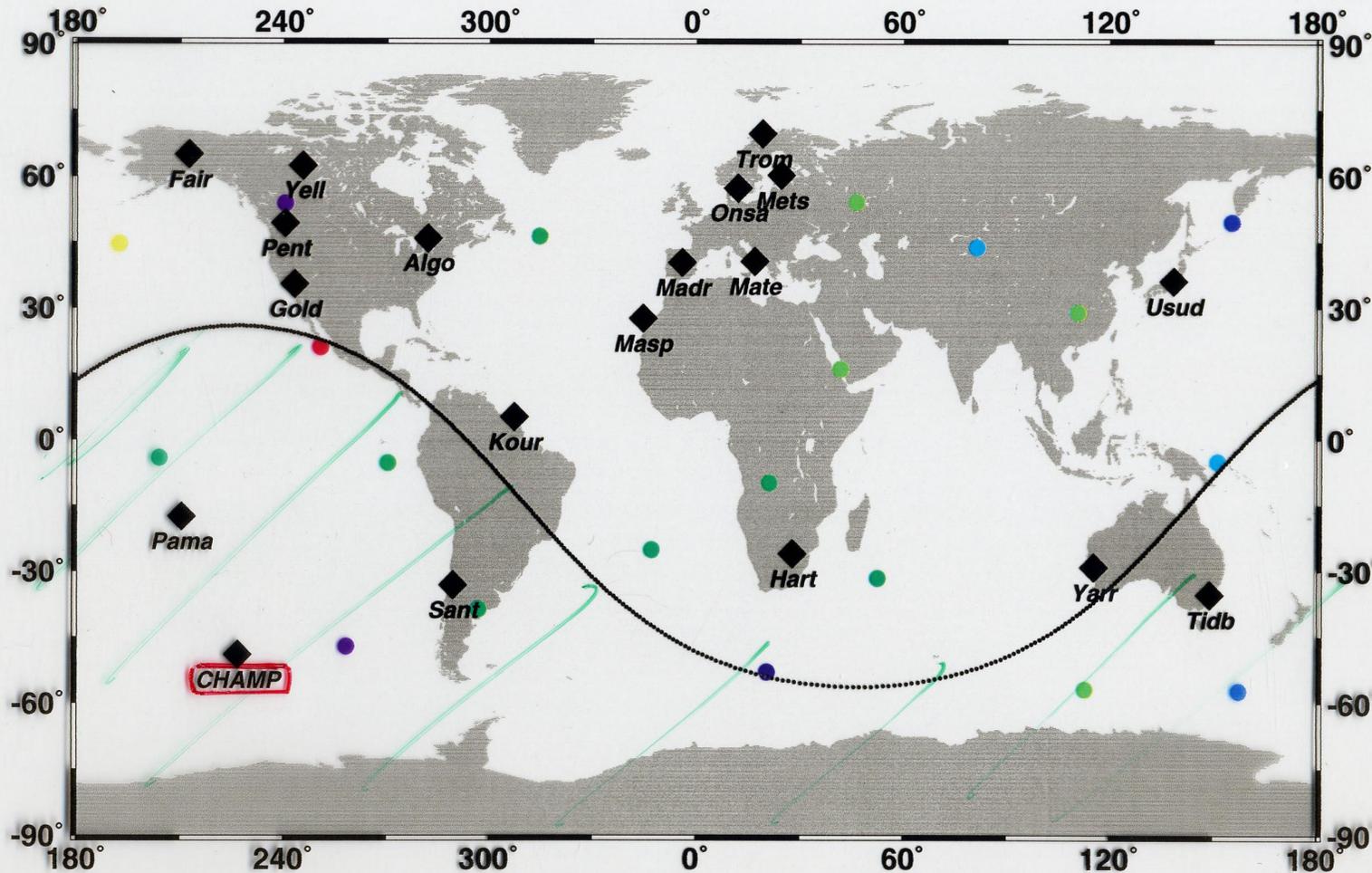
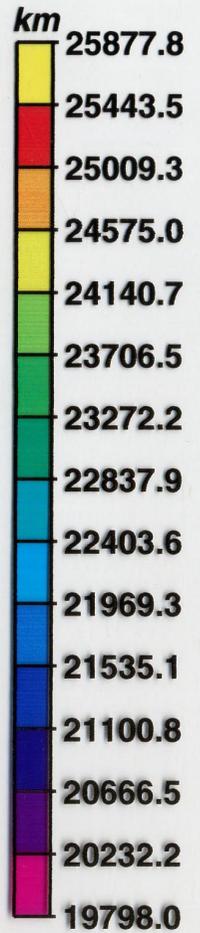
PROJET BRIDGE

DIFFÉRENTS SCÉNARIOS



GPS  
 Satellites en visibilité pour CHAMP

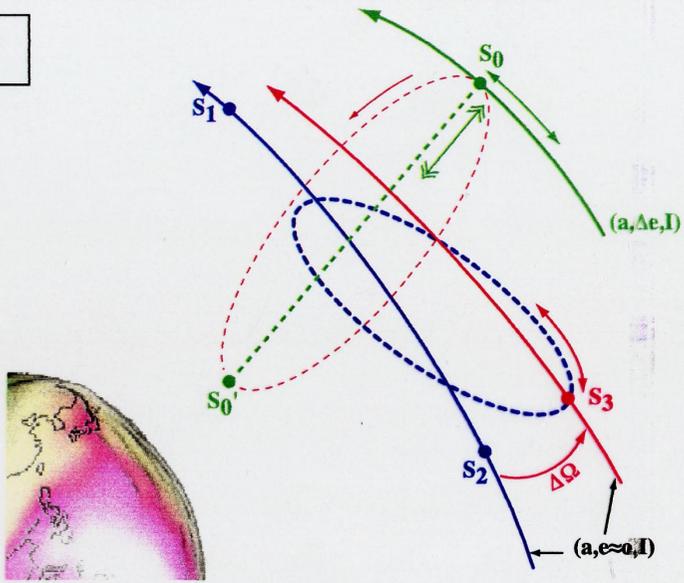
Symbole de station



## SST en Constellation

- Il est possible de maintenir en “formation” un ensemble (3, 4...) de satellites proches (10, 100 km...) sur des orbites quasi-circulaires (basses) et quasi-polaires.
- La combinaison des observations de distance et/ou vitesse entre les différents satellites peut être équivalente à la mesure des 3 composantes du gradient de gravité
- Mesure de type interférométrie laser, micro-onde,...
- Candidats sérieux à l’après GRACE-GOCE pour améliorer les modèles de champ de gravité en terme de résolution spatiale et temporelle.

C1 - DTC



Possibilities

S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub>

S<sub>0</sub>, S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>

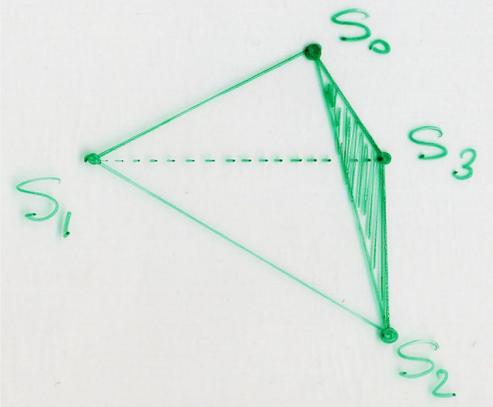
S<sub>0</sub>, S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub>



Measurements :

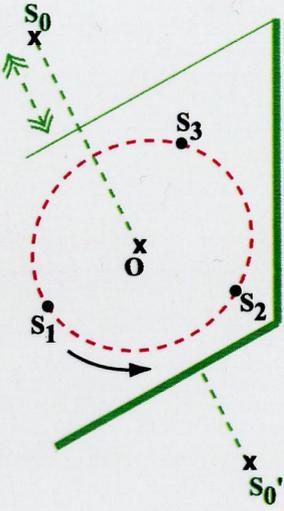
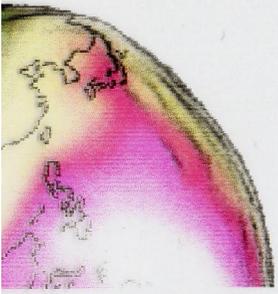
$$r_{\mu\nu}^Y (\mu, \nu = 0, 1, \dots)$$

Deformable tetrahedral constellation



C2

### GRAVIMETRIC WHEEL



- a, I,  $\Omega$  : id
- 0 :  $e_0 \approx 0, \omega_0 \approx 90^\circ$
- $S_i$  :  $\Delta e_i, \Delta \omega_i$  (i = 1, 2, 3)
- $S_0$  :  $e_0, \omega_0, \Omega + \Delta \Omega_0$

### Possibilities

$S_1, S_2, S_3$

$S_0, S_1, S_2$

$S_0, S_1, S_2, S_3$

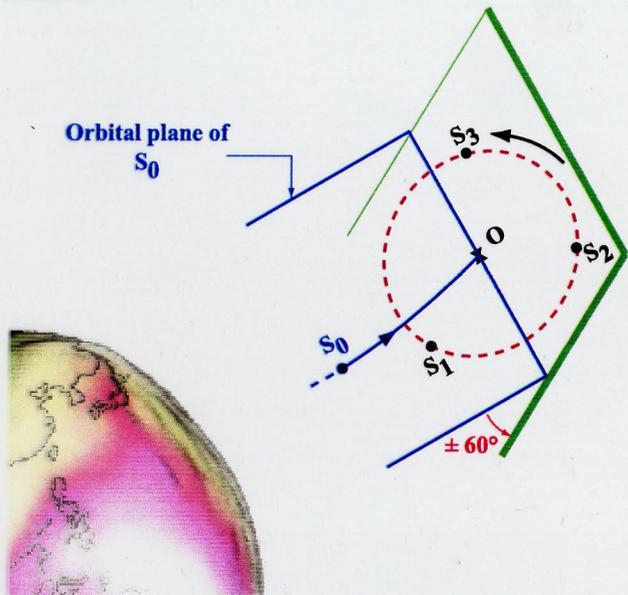


### Measurements :

$$r_{\mu\nu}^Y (\mu, \nu = 0, 1, \dots)$$

Gravimetric wheel, plus a "yo-yo" spacecraft  $S_0$

**C3** OBLIQUE GRAVIMETRIC WHEEL



- a, I,  $\Omega$  : id
- 0 :  $e_0 \approx 0, \omega_0 \approx 90^\circ, M_0$
- $S_i$  :  $\Delta$  (elem.) =  $f(M_0, \dots)$  ( $i = 1, 2, 3$ )
- $S_0$  :  $e_0, \omega_0, M_0 \pm \Delta M$

Possibilities :

$S_1, S_2, S_3$

$S_0, S_1, S_2$

$S_0, S_1, S_2, S_3$



Measurements :

$$r_{\mu\nu}^Y (\mu, \nu = 0, 1, \dots)$$

GRAVIMETRIC WHEEL OF LISA TYPE, PLUS A TRAILING SPACECRAFT  $S_0$

## Exemple d'étude de sensibilité :

- Cas Low-Low avec mesure de vitesse entre deux satellites co-orbitants
- Méthode analytique d'étude de sensibilité (logiciel PERGAME du GRGS) :
  - simulation peu coûteuse en temps calcul
  - très facilement “paramétrable” (caractéristiques orbitales, distance inter-satellite, niveau d'erreur de mesure...)

# Principe

Si l'on note  $(a, e, i, \omega, \Omega, M)$  les éléments osculateurs de l'orbite d'un satellite,  $\vec{V}$  son vecteur vitesse et  $\Delta X$ , la variation de la quantité  $X$ , il vient :

$$\Delta \vec{V} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial a} \Delta a + \frac{\partial \vec{V}}{\partial e} \Delta e + \frac{\partial \vec{V}}{\partial i} \Delta i + \frac{\partial \vec{V}}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial \vec{V}}{\partial \Omega} \Delta \Omega + \frac{\partial \vec{V}}{\partial M} \Delta M$$

Par projection selon la direction tangentielle (indice  $T$ ) et pour de faibles excentricités on montre que :

$$\Delta V^T = n \cdot a \left[ -\frac{\Delta a}{2a} + \Delta e \cdot \cos M + e \cdot \sin M (\Delta \Omega \cdot \cos i + \Delta \omega) \right]$$

La projection de la solution de Kaula sur cette observable donne à l'ordre zéro en excentricité :

$$\Delta V^T = \sum_{l=2}^L \sum_{m=0}^l \sum_{p=0}^l \Delta V_{lmp}^T$$

$$\text{avec : } \Delta V_{lmp}^T = n^2 \cdot a \cdot \left( \frac{R}{a} \right)^l \bar{F}_{lmp} \left( -\frac{l-2p}{\dot{\psi}_{lmp0}} + \frac{g_{lp1}}{\dot{\psi}_{lmp1}} - \frac{g_{lp-1}}{\dot{\psi}_{lmp-1}} \right) S_{lmp0}$$

où :  $\bar{F}_{lmp}$  : sont les fonctions de l'inclinaison de Kaula

$$\psi_{lmpq} = (l-2p)(\omega + M) + m(\Omega - \theta) + q \cdot M$$

$$g_{lp1} = (3l - 4p + 1) / 2$$

$$g_{lp-1} = (4p - l + 1) / 2$$

$$S_{lmp0} = \bar{C}_{lm} \sin \psi_{lmp0} - \bar{S}_{lm} \cos \psi_{lmp0}$$

## Principe (suite)

Finalement pour deux satellites sur la même orbite à une distance angulaire  $\alpha$ , en posant :

$$\delta V_{lmp} = \Delta V_{lmp}^T(\text{sat 1}) - \Delta V_{lmp}^T(\text{sat 2})$$

$$\text{il vient : } \delta V_{lmp} = V_{lmp} \cdot Z_{lmp} \quad (\text{Eq. 1})$$

$$\text{avec : } V_{lmp} = 2 \cdot n^2 a \cdot \sin(l - 2p) \cdot \frac{\alpha}{2} \cdot \left(\frac{R}{a}\right)^l \cdot \bar{F}_{lmp} \left( \frac{2p-l}{\dot{\psi}_{lmp0}} + \frac{g_{lp1}}{\dot{\psi}_{lmp1}} - \frac{g_{lp-1}}{\dot{\psi}_{lmp-1}} \right) Z_{lmp}$$

$$Z_{lmp} = \bar{C}_{lm} \cdot \cos \omega_{lmp} + \bar{S}_{lm} \cdot \sin \omega_{lmp}$$

$$\omega_{lmp} = \psi_{lmp0} + (l - 2p) \frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{2}$$

# Interprétation

• Spectre des perturbations :  
donné directement par  $\delta V_{lmp} \rightarrow$  amplitude  
 $\dot{\omega}_{lmp} \rightarrow$  fréquence

• Perturbation par coefficient :  
$$\langle \delta V_{lm}^2 \rangle = \sum_{p=0}^l \sum_{j=0}^l V_{lmp} V_{lmj} \langle Z_{lmp} Z_{lmj} \rangle$$

• Perturbation par ordre :  
$$\langle \delta V_m^2 \rangle = \sum_{l=2}^L \sum_{k=2}^L \sum_{p=0}^l \sum_{j=0}^l V_{lmp} V_{kmj} \langle Z_{lmp} Z_{kmj} \rangle$$

