Fondements des Conventions IERS

Rotation terrestre

I - Description cinématique et paramètres de rotation

Ch. Bizouard

Observatoire de Paris - SYRTE IERS Earth Orientation Center

Plan

I-Introduction

II- Principe de la modélisation cinématique et géométrique de la rotation terrestre [IERS Conv Chap 5]

III-Les paramètres de rotation de la Terre et leur partie modélisée [IERS Conv Chap 5/8]

IV- Calcul pratique de la transformation de coordonnées

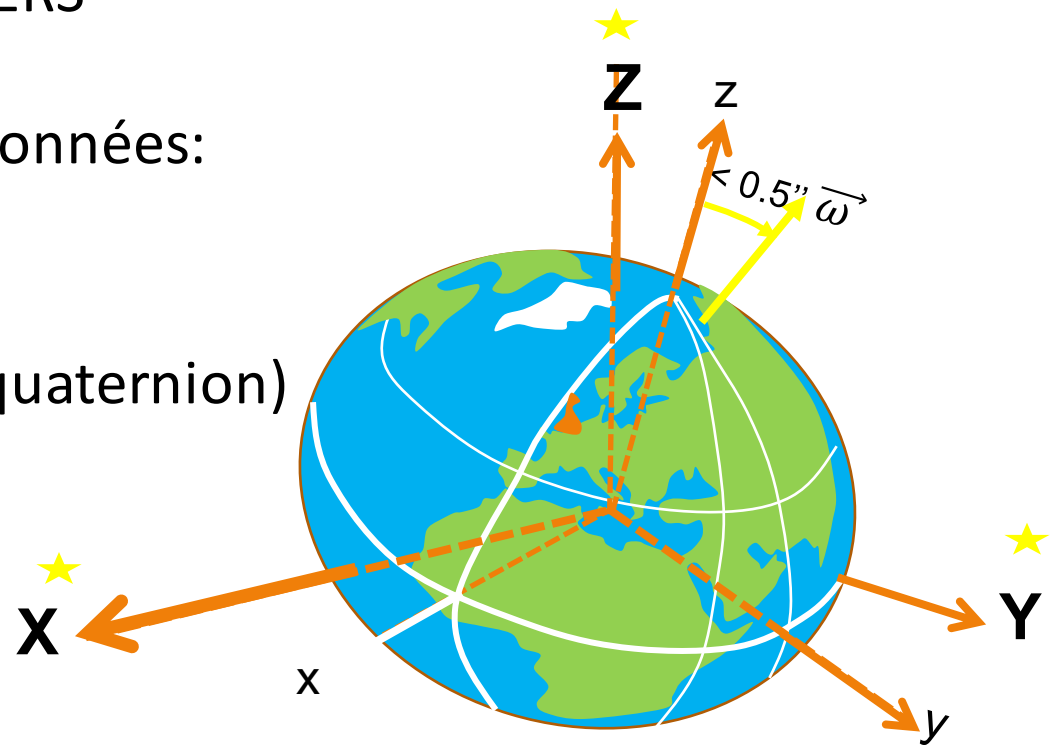
Objectif du cours

Donner les principes fondant la description contemporaine de *transformation géométrique de rotation* ***M*** du *système de référence céleste géocentrique (GCRS) GXYZ* au *système de référence terrestre Gxyz (TRS)* (ou réciproquement!) adoptée dans les conventions IERS

Changement de coordonnées:

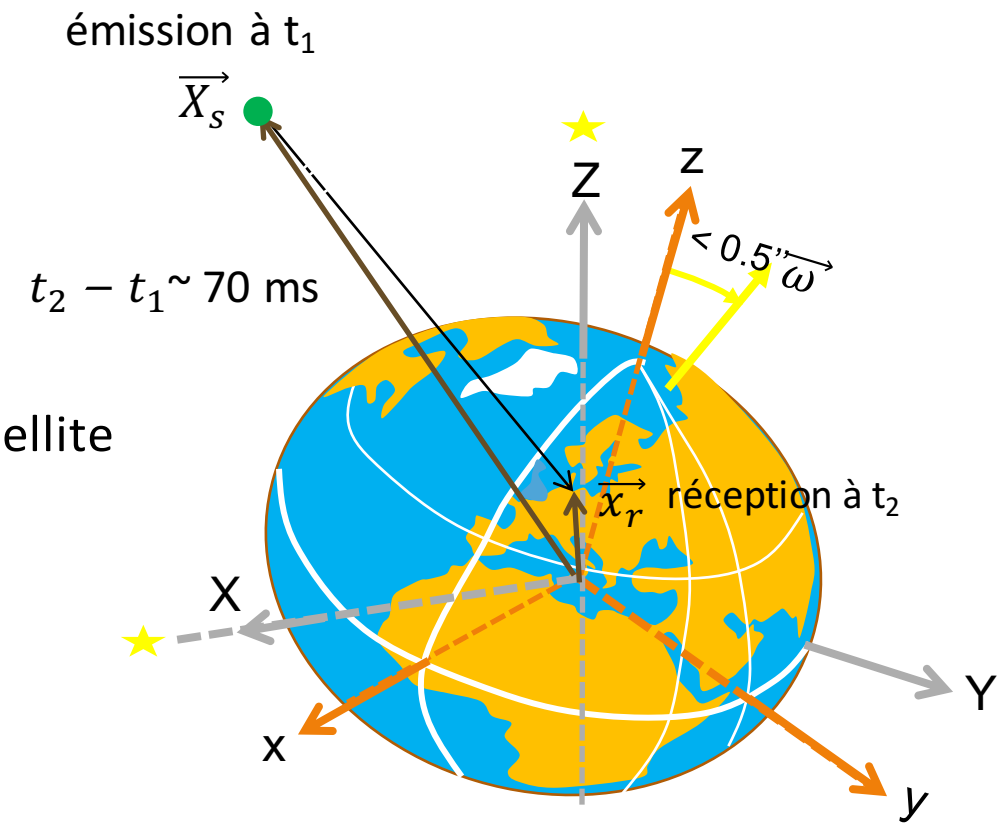
$\underline{x} = M\,\underline{X}$ (matrice)

$(0, \underline{x}') = \bar{q}(0, \underline{x}')q$ (quaternion)



Que donnent les observations?

Les observations de géodésie spatiale sont **avant tout** «sensibles» à la transformation géométrique de rotation et non pas aux composantes du vecteur instantané de rotation



Exemple des GNSS:

- $\underline{X_s}$: coordonnées célestes du satellite (dans GXYZ)
- $\underline{x_r}$: coordonnées terrestres du récepteur (dans Gxyz)
- $\underline{x_s} = Q\,\underline{X_s}$

$$d = \frac{\tau}{c} = \underbrace{\left\| \underline{x_r} - Q\underline{X_s} \right\|}_{pseudo-distance} + \underbrace{d_{tropo}}_{\substack{Influence \\ atmosphérique}} + d_{iono} + \ldots$$

Observations reliées aux vecteur instantané de rotation

- Les observations satellitaires (GNSS, SLR, DORIS) permettent d'accéder à la variation de l'angle de rotation par jour, proportionnelle à ω_z

- Mesures gyroscopiques → vecteur de rotation local de l'instrument $\vec{\omega}$ (incluant marées solides et déformations de charge)

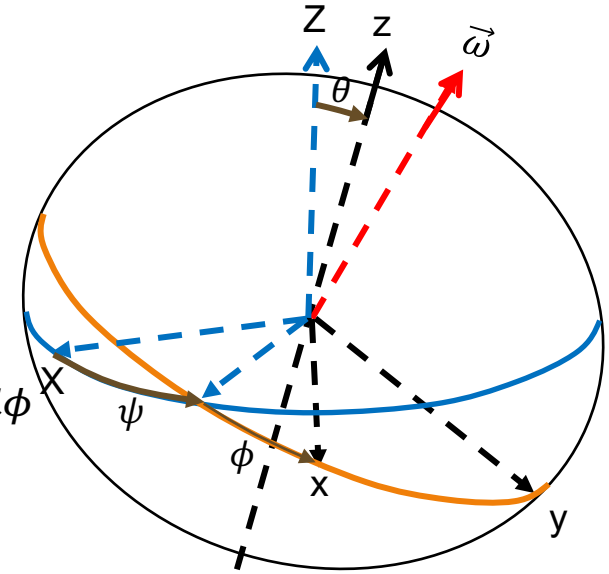
→ Développement des gyroscopes laser et à ondes de matière pour déterminer les composantes terrestres de $\vec{\omega}$

Sensibilité actuelle en deçà de la précision des techniques de géodésie spatiale:

- Gyrolaser de Wetzell: $10^{-7}\ \Omega$ (mouvement du pôle, nutation diurne)

- Gyroscope atomique de l'Observatoire de Paris: $10^{-4}\ \Omega$

Relations entre le vecteur instantané de rotation et la transformation de rotation



Relations cinématiques

- *D'Euler ou apparentées*

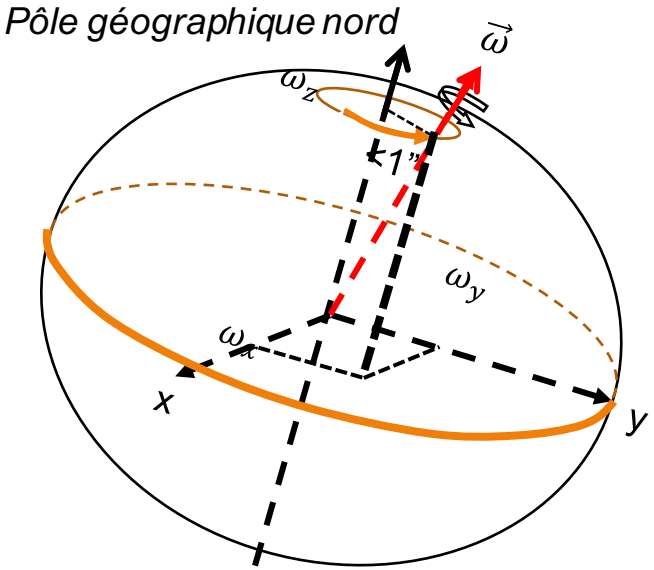
$$\dot{\theta} + i\,\dot{\psi}\,sin\theta = (\omega_x + i\omega_y)e^{i\phi}$$

$$\dot{\phi} + \dot{\psi}cos\,\theta = \omega_z$$

- *Matricielles*

$$\begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix} = M\dot{M}^{-1}$$

- « Quaternioniques » $(0, \omega_x, \omega_y, \omega_z) = 2\bar{q}\dot{q}$



Gxyz : système de référence terrestre

I-Introduction

II- Principe de la modélisation cinématique et géométrique de la rotation terrestre [IERS Conv Chap 5]

III-Les paramètres de rotation de la Terre et leur partie modélisée [IERS Conv Chap 5/8]

IV- Calcul pratique de la transformation de coordonnées

Pourquoi une description à trois rotations élémentaires n'est-elle pas appropriée?

- Exemple des trois angles d'Euler
- La précision actuelle de l'orientation est 0.1 mas =$5\ 10^{-10}$ rad.
- Or, en raison de la rotation diurne, la Terre tourne de cet angle en $\frac{5\ 10^{-10}}{7.292115\ 10^{-5}} \sim 10^{-5}\mathrm{s} = 10\ \mu\mathrm{s}$
- Une description à trois paramètres avec une précision de 0.1 mas nécessiterait de les fournir tous les $10\ \mu$s

  → $3 * \frac{86400}{10^{-5}} \sim 310^{10}$ paramètres par jour!!!
- La description à trois paramètres n'est pas optimale!

Principe de la description de la rotation terrestre

On sépare les variations connues et prédictibles (la majeure partie de la transformation géométrique) des perturbations irrégulières qui ne font pas l'objet d'un modèle analytique en fonction du temps.

Ces perturbations sont estimées avec une cadence de l'ordre de la journée, voire une heure dans le meilleur des cas: de 5 à 72 paramètres par jour.

La rotation diurne terrestre

La rotation entre système céleste et terrestre est avant tout constituée par la rotation diurne à la vitesse angulaire $\Omega = 7.292\ 115\ 10^{-5}$ rad/s.

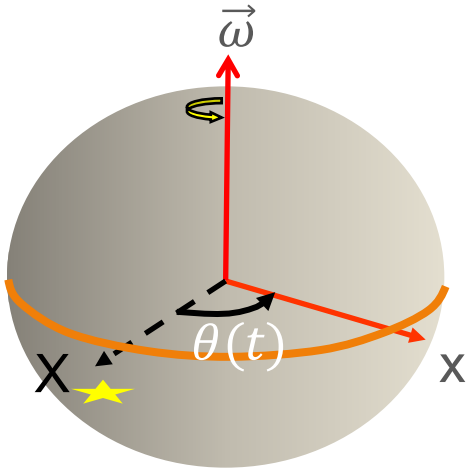
$$\theta(t) = \Omega\, t$$

$$t = TU = \text{Temps Universel} \quad \text{Universal Time (UT)}$$

En l'absence de toute perturbation, la rotation est uniforme autour d'un axe invariable:

$$M = \underbrace{\mathrm{R}_3(\Omega\ \mathrm{UT})}_{\text{rotation diurne}}$$

Le pôle géographique et le pôle de rotation sont identiques

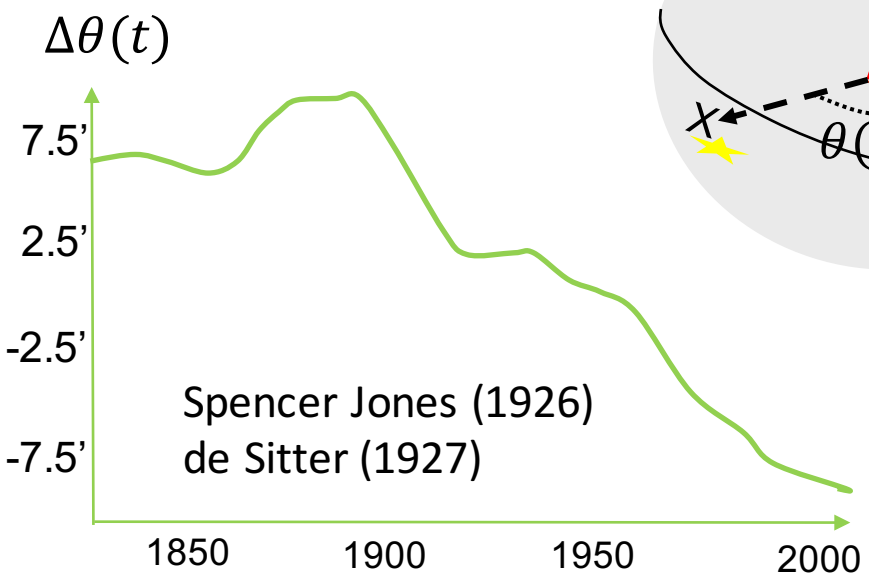


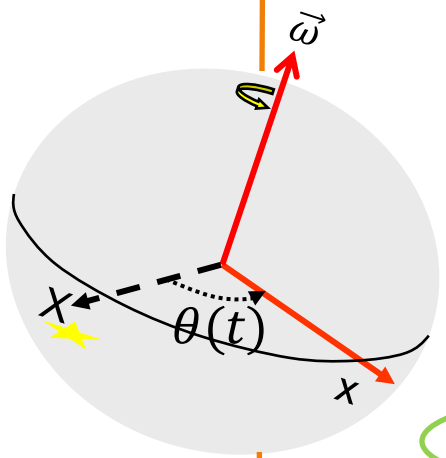
	Perturbation résiduelle
1 an	$< 2.510^{-4}$ rad ~ 50''
100 ans	$< 2.510^{-2}$ rad ~1.5°

L'axe et la vitesse de rotation sont variables

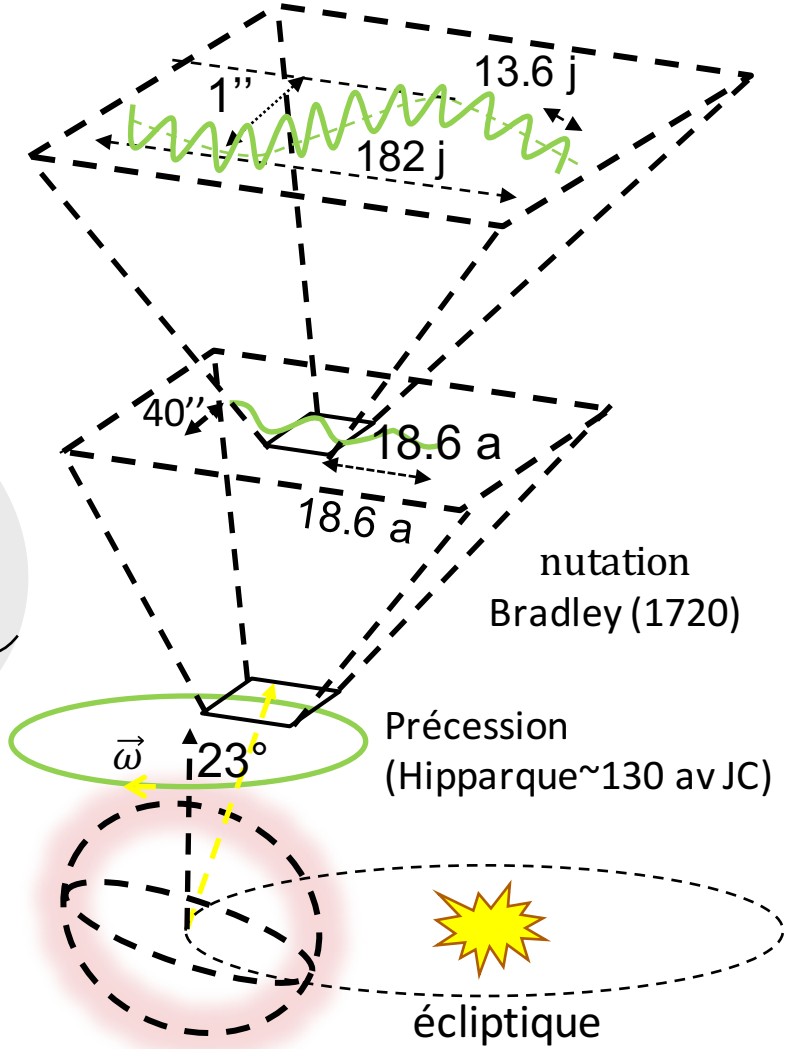
- Si t = temps linéaire / horloge à quartz / horloge atomique, l'angle de rotation ne varie plus linéairement dans le temps

$$\theta(t) = \Omega\,(t - t_0) + \underbrace{\Delta\theta(t)}_{non\ linéaire}$$

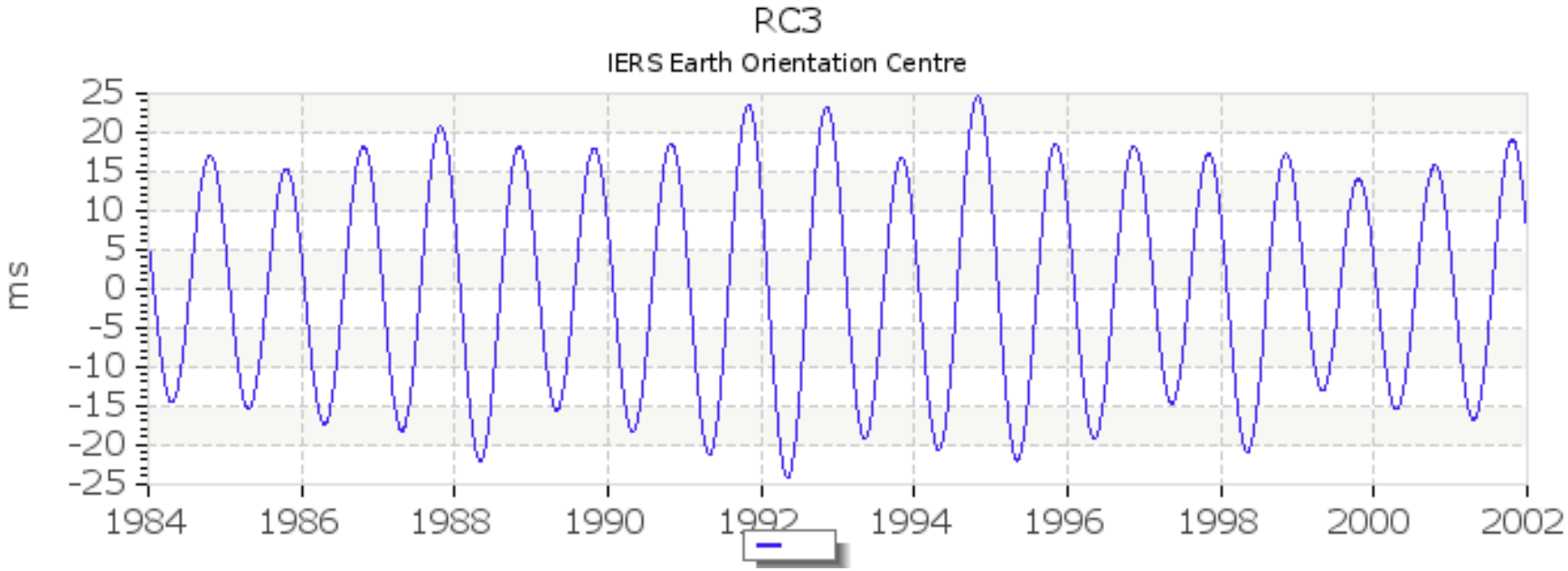




- L'axe de rotation oscille par au système céleste



Variation saisonnière de UT1 (découvertes par Stoyko en 1940-1950)



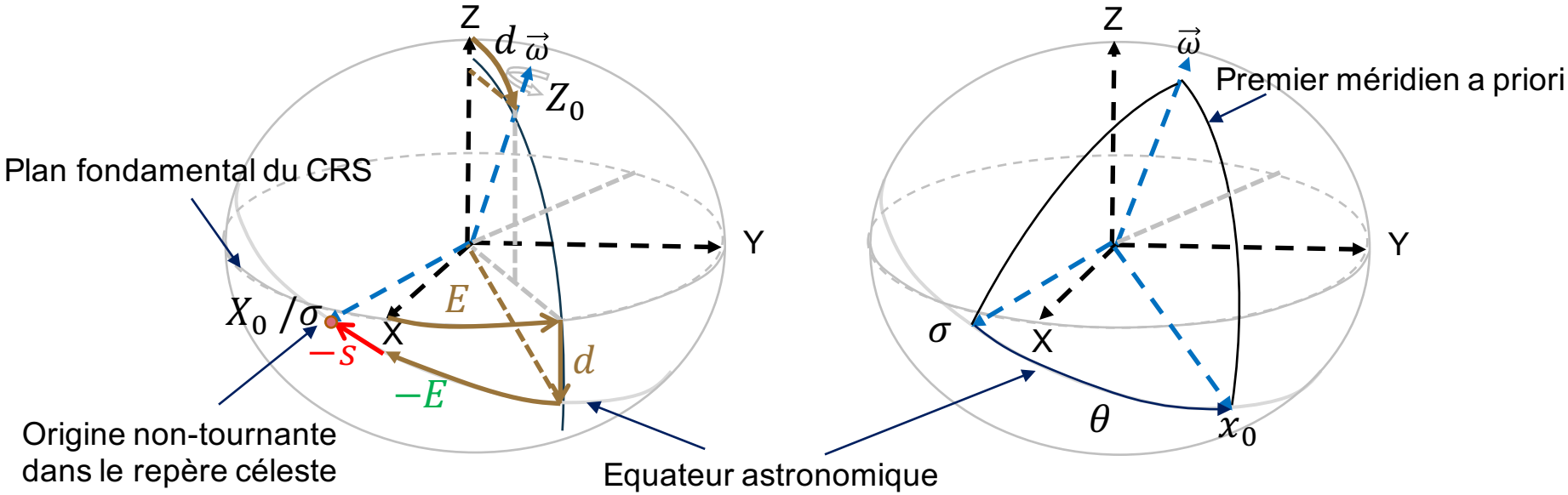
⇒ M : rotation diurne variable + précession-nutation modélisée

$$M = \underbrace{\mathrm{R}_3\big(\theta(t)\big)}_{\text{rotation diurne}} * R_3(-s) * \underbrace{\boldsymbol{R_3(-E)\, R_2(d) R_3(E)}}_{\text{précession−nutation PN}}$$

- E, d: longitude/co-latitude du pôle de rotation animé de la précession-nutation
- $\boldsymbol{\theta(t) = \Omega(\mathrm{t} - t_0) + \Delta\theta(t) = \Omega\,(\mathrm{UT1} - \mathrm{t}_0)}$ («Earth Rotation Angle» ERA)

  UT1 : temps irrégulier de la rotation de la Terre

  $\Omega = 7.292\ 115\ 146\ 706\ 980\ 10^{-5}$ rad/s : vitesse de référence (nominale)



$GXYZ \rightarrow GX_0Y_0Z_0 \rightarrow Gx_0y_0z_0$

sytème céleste → *système céleste intermédiaire* → *système terrestre a − priori*

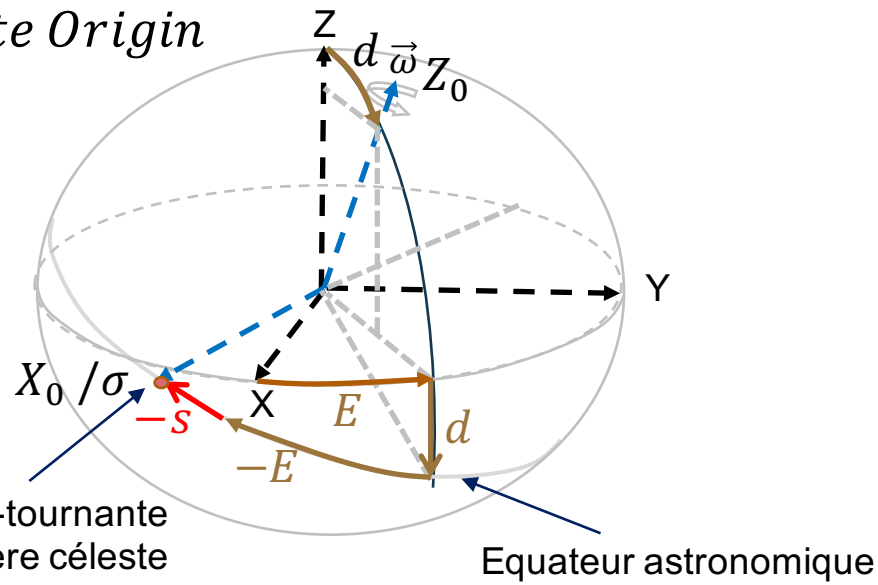
Origine non tournante céleste

- Direction σ sur l'équateur astronomique (« vrai ») $(\perp \hat{Z}_0)$
- Rotation instantanée $\vec{\Omega}_\sigma$ associée à la rotation $R_3(-s-E)\ R_2(d)R_3(E)$
- σ ne présente pas de rotation instantanée sur l'équateur astronomique par rapport au repère céleste → condition cinématique : $\vec{\Omega}_\sigma\ .\hat{Z}_0 = 0$

$$\dot{s} = \dot{E}(cod - 1) \rightarrow s = \int_{t_0}^{t}(cosd - 1)dE + s(t_0)$$

- $\sigma = GX_0 = CIO\ \ Celestial\ Intermediate\ Origin$

$GX_0Y_0Z_0$: *repère céleste intermédiaire*



Expression de s selon les Conventions IERS 2010

$$X = cosE\ \cos d \qquad \mathrm{Y} = \mathrm{sinE}\ \cos \mathrm{d} \qquad s = \int_{t_0}^{t} (cosd - 1)dE + s(t_0)$$

Table 5.2d: Development of $s(t)$ compatible with the IAU 2006/2000A precession-nutation model: all terms exceeding 0.5 μas during the interval 1975–2025 (unit μas). The expressions for the fundamental arguments appearing in column 1 are given by Eq. (5.43).

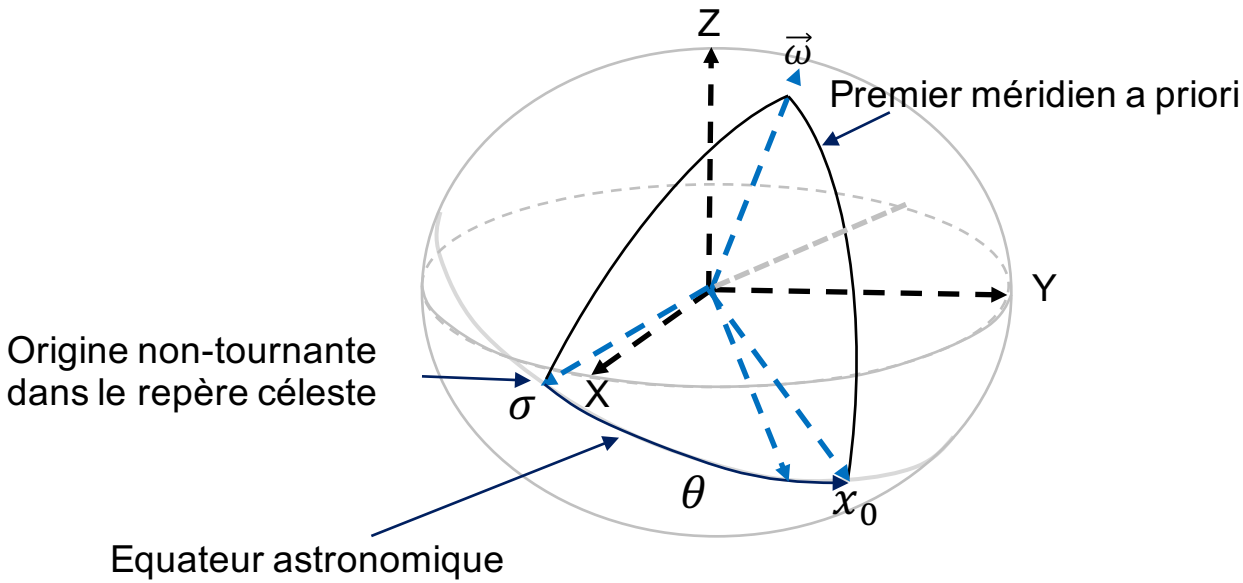
$$\begin{aligned} s(t) \quad = \quad & -XY/2 + 94 + 3808.65t - 122.68t^2 - 72574.11t^3 + \textstyle\sum_k C_k \sin \alpha_k \\ & +1.73t \sin \Omega + 3.57t \cos 2\Omega + 743.52t^2 \sin \Omega + 56.91t^2 \sin(2F - 2D + 2\Omega) \\ & +9.84t^2 \sin(2F + 2\Omega) - 8.85t^2 \sin 2\Omega \end{aligned}$$

Argument α_k	Amplitude C_k
Ω	-2640.73
2Ω	-63.53
$2F - 2D + 3\Omega$	-11.75
$2F - 2D + \Omega$	-11.21
$2F - 2D + 2\Omega$	$+4.57$
$2F + 3\Omega$	-2.02
$2F + \Omega$	-1.98
3Ω	$+1.72$
$l' + \Omega$	$+1.41$
$l' - \Omega$	$+1.26$
$l + \Omega$	$+0.63$
$l - \Omega$	$+0.63$

M: transformation du repère céleste $GXYZ$ au repère terrestre a-priori $Gx_0y_0z_0$

	Perturbation résiduelle
1 an	$< 10^{-6}$ rad ~0.2”
100 ans	$< 1"$

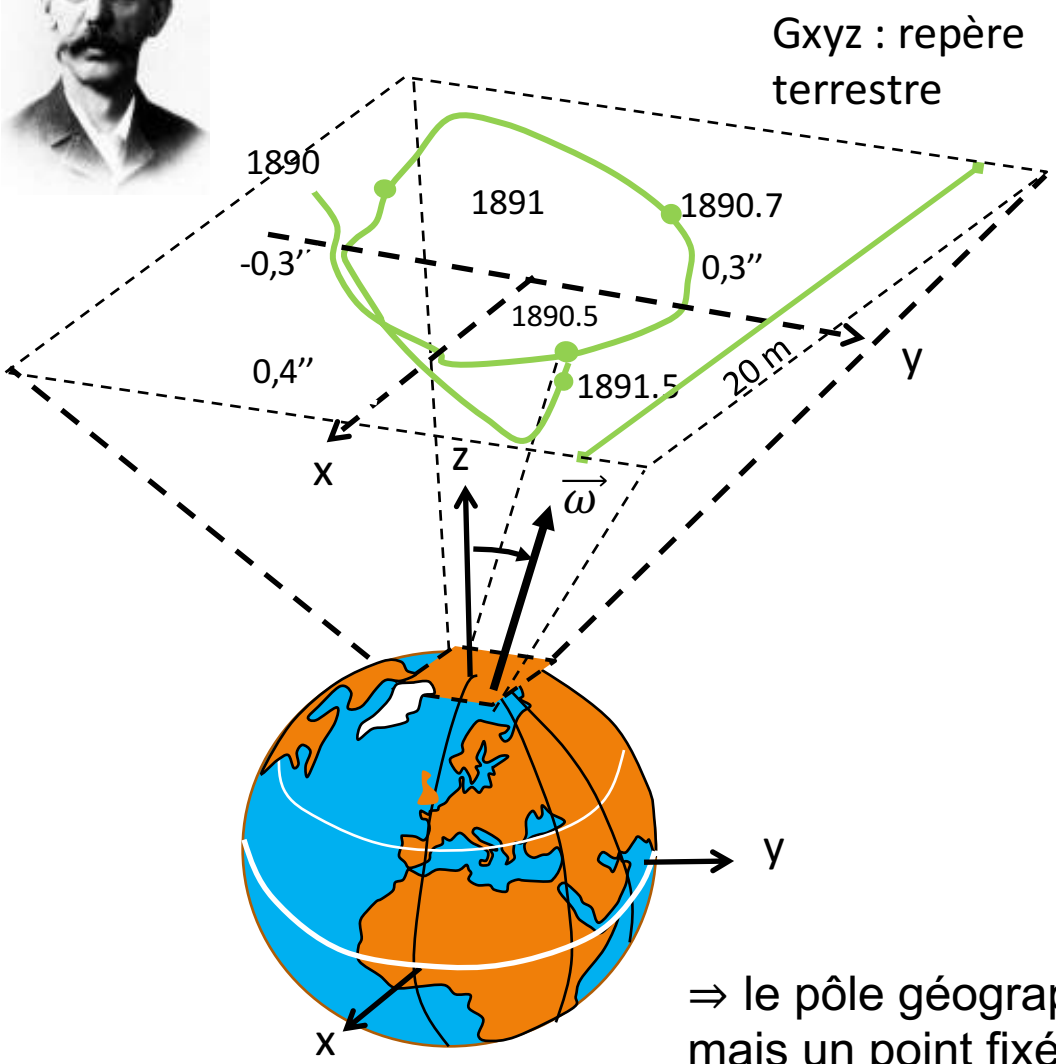
$$\underline{x_0} = \mathrm{R}_3\left(\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{t} - \boldsymbol{t_0}) + \Delta\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{t})\right) * R_3\ (-s)\ *\ \boldsymbol{PN}(\boldsymbol{E}, \boldsymbol{d})\ \underline{X}$$

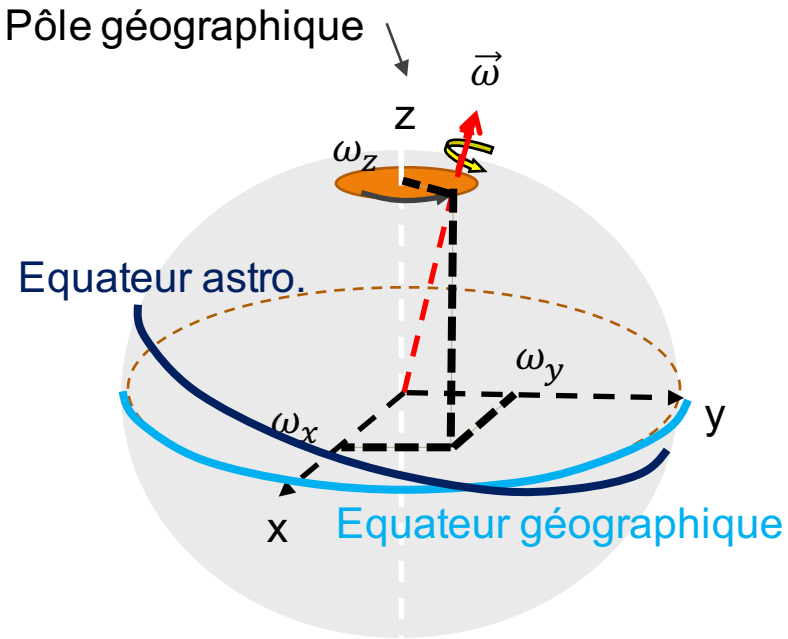


Le pôle de rotation se meut sur la croûte terrestre

Découvert en 1891,
par C.S. Chandler (1846-1913)

Prédit par
L. Euler
(1707-1783)

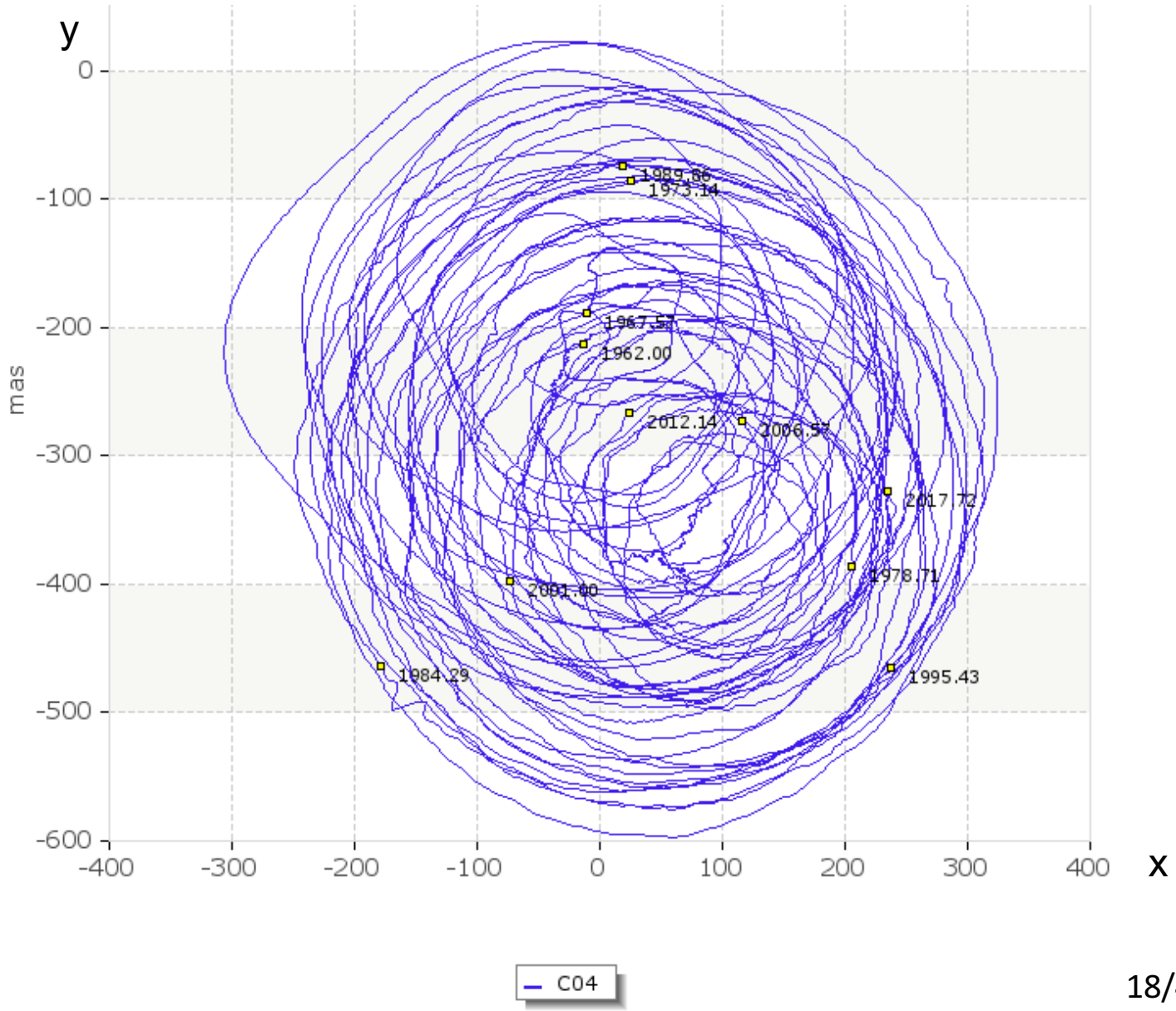




Gxyz: axes principaux d'inertie

⇒ le pôle géographique n'est plus le pôle de rotation mais un point fixé dans le repère terrestre

Trajectoire de $x_p + i\ y_p$ dans le plan tangent au pôle nord géographique 1962-2017



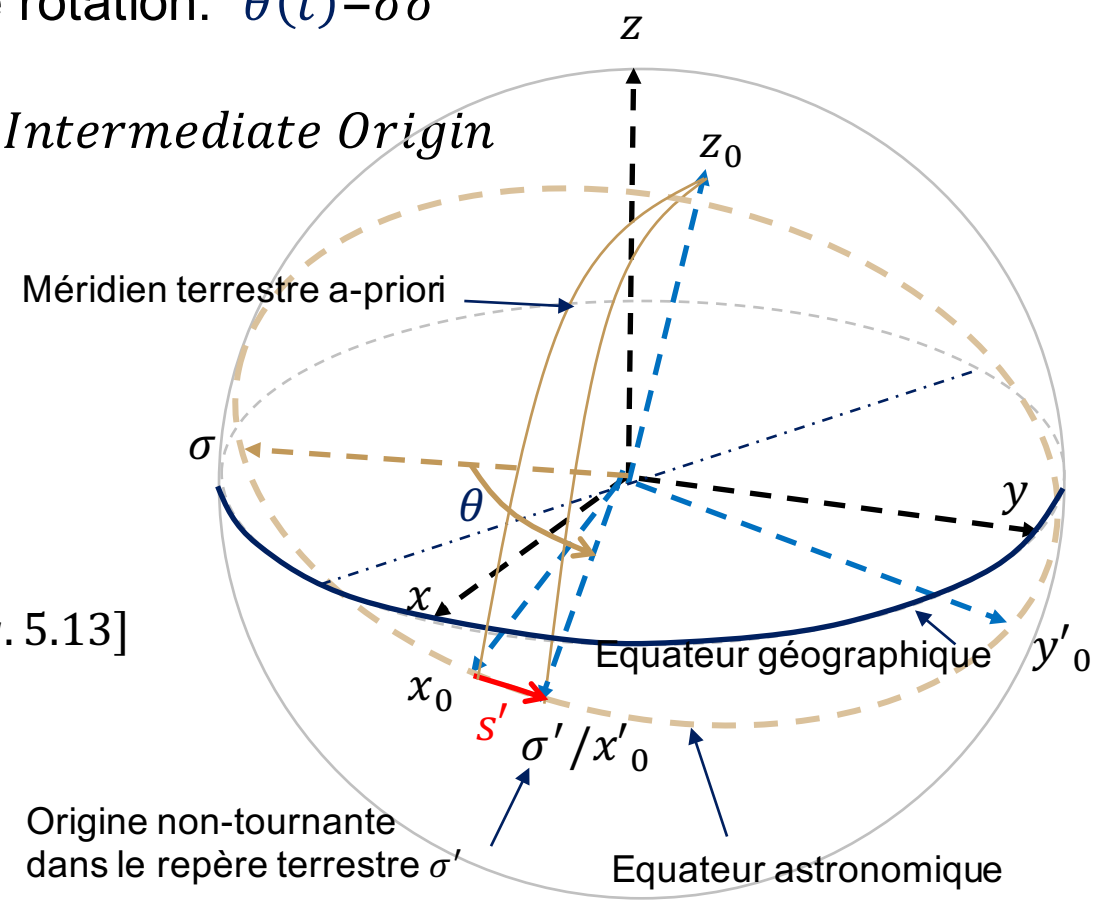
Origine non tournante dans le repère terrestre

- Comme dans le repère céleste, sur le plan de l'équateur on définit une origine non tournante par rapport au repère terrestre, à laquelle aboutit l'angle de rotation: $\theta(t)=\sigma\sigma'$

- $\sigma'/Gx'_0 = TIO \;\; Terrestrial\ Intermediate\ Origin$

$$\underline{x'_0} = R_3(s')\,\underline{x_0}$$

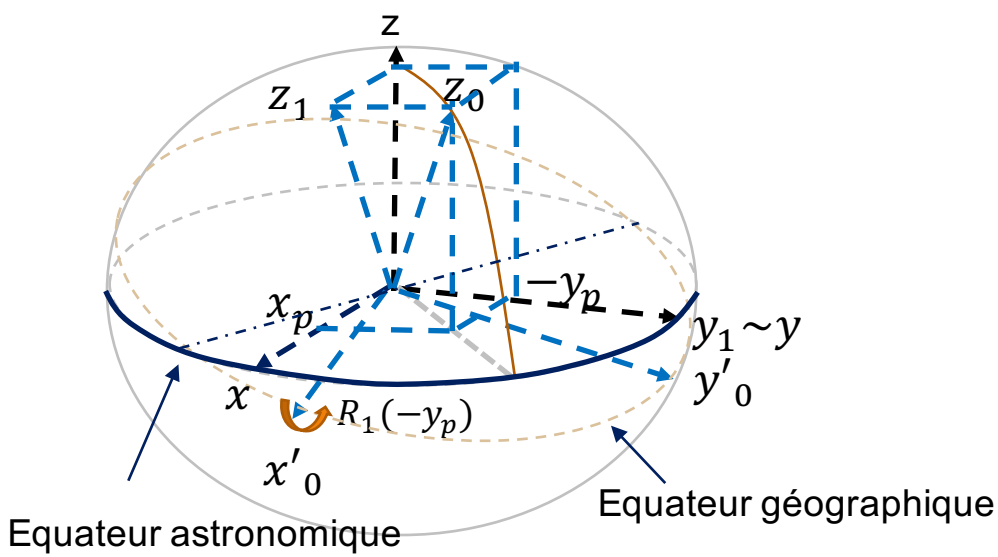
$$s' = 0.047\ mas\ *t\ [siècle] \quad [\,Eq.\,5.13]$$

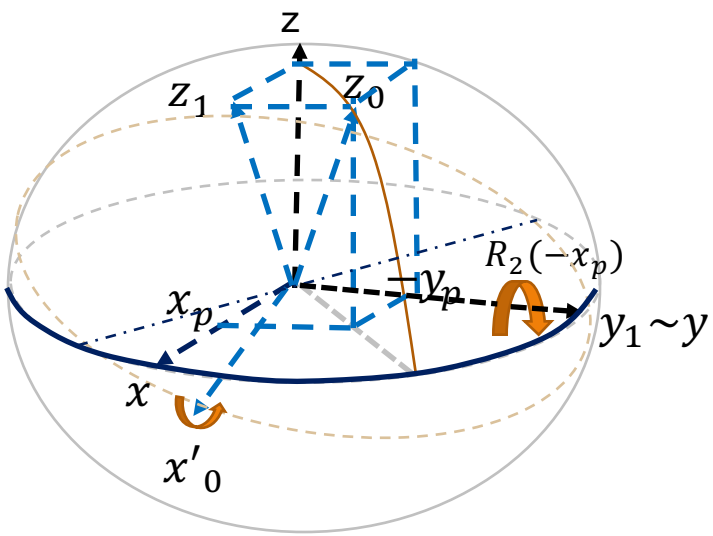


système $Gx_0y_0z_0 \rightarrow$ système terrestre intermédiaire $Gx'_0y'_0z_0$

$$\Rightarrow M = \begin{cases} (1)\text{précession–nutation modélisée et passage à la la CIO: } R_3(-s)\boldsymbol{PN}(\boldsymbol{E},\boldsymbol{d}) \\ (2)\ \textbf{rotation diurne variable et passage entre CIO et TIO: } \boldsymbol{R_3}\big(\boldsymbol{\Omega}\,\mathbf{t} + \Delta\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{t})\big) \\ (3)\ \text{système terrestre intermédaire } Gx'_0y'_0z_0 \text{ --> système terrestre } Gxyz \end{cases}$$

$$\underline{x} = \boldsymbol{R_2}(-\boldsymbol{x_p})\boldsymbol{R_1}(-\boldsymbol{y_p})\, R_3(s')\underline{x_0}$$





Cosinus directeurs de $0z_0$ dans $Gxyz$: $x_p, -y_p, 1$

Synthèse et paradoxe

- Transformation construite autour de l'axe de rotation, en distinguant la rotation diurne des l'oscillations axiales

$$M = \underbrace{\boldsymbol{R_2(-x_p)R_1(-y_p)}\, R_3(s')}_{W} \; \underbrace{\mathrm{R}_3(\theta)}_{\mathrm{R}} \; \underbrace{\mathrm{R}_3(-s)\, PN(E,d)}_{\mathrm{Q}} \qquad \text{[Eq 5.1]}$$

[Eq 5.3] [Eq 5.5] [Eq. 5.10]

	Perturbation résiduelle
1 an	$< 5\ 10^{-10}$ rad= 0,1 mas
100 ans	$< 5\ 10^{-10}$ rad

- Or la géodésie spatiale ne permet pas de déterminer l'axe de rotation!

- En fait, les paramètres introduits concernent un pseudo-pôle de rotation en réalité un pôle géométrique, appelé *pôle céleste intermédiaire*.

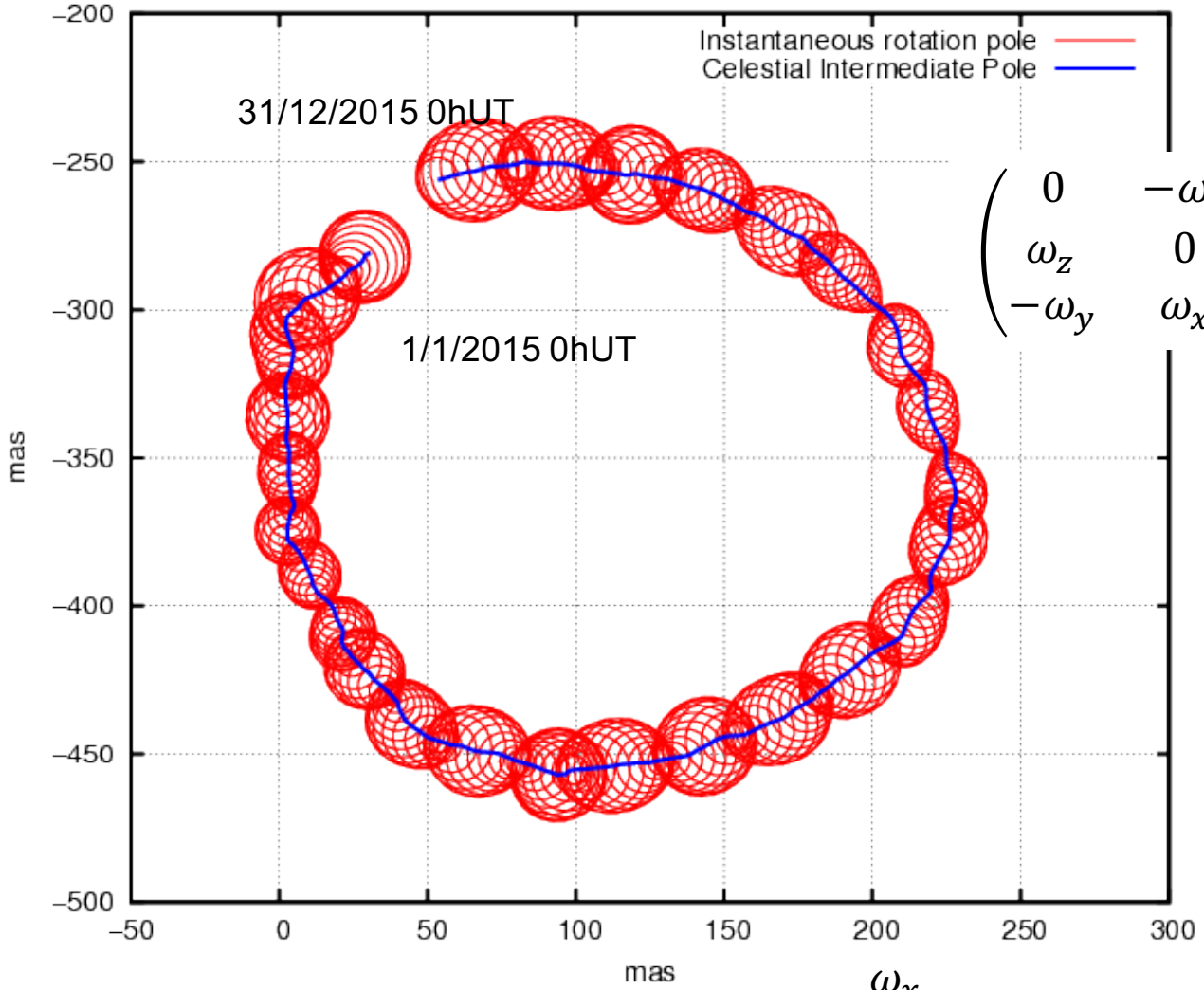
Le pôle céleste intermédiaire

- Au lieu de l'axe de rotation, on prend l'axe de figure (l'axe d'inertie moyen) animé de la précession-nutation luni-solaire dont on limite le développement aux termes de périodes > 2 j.

- Le pôle correspondant, ou CIP, reste à proximité du pôle de rotation instantané à 20 mas près.

→ On remplace l'axe de rotation par l'axe céleste intermédiaire.

CIP et pôle de rotation dans le repère terrestre



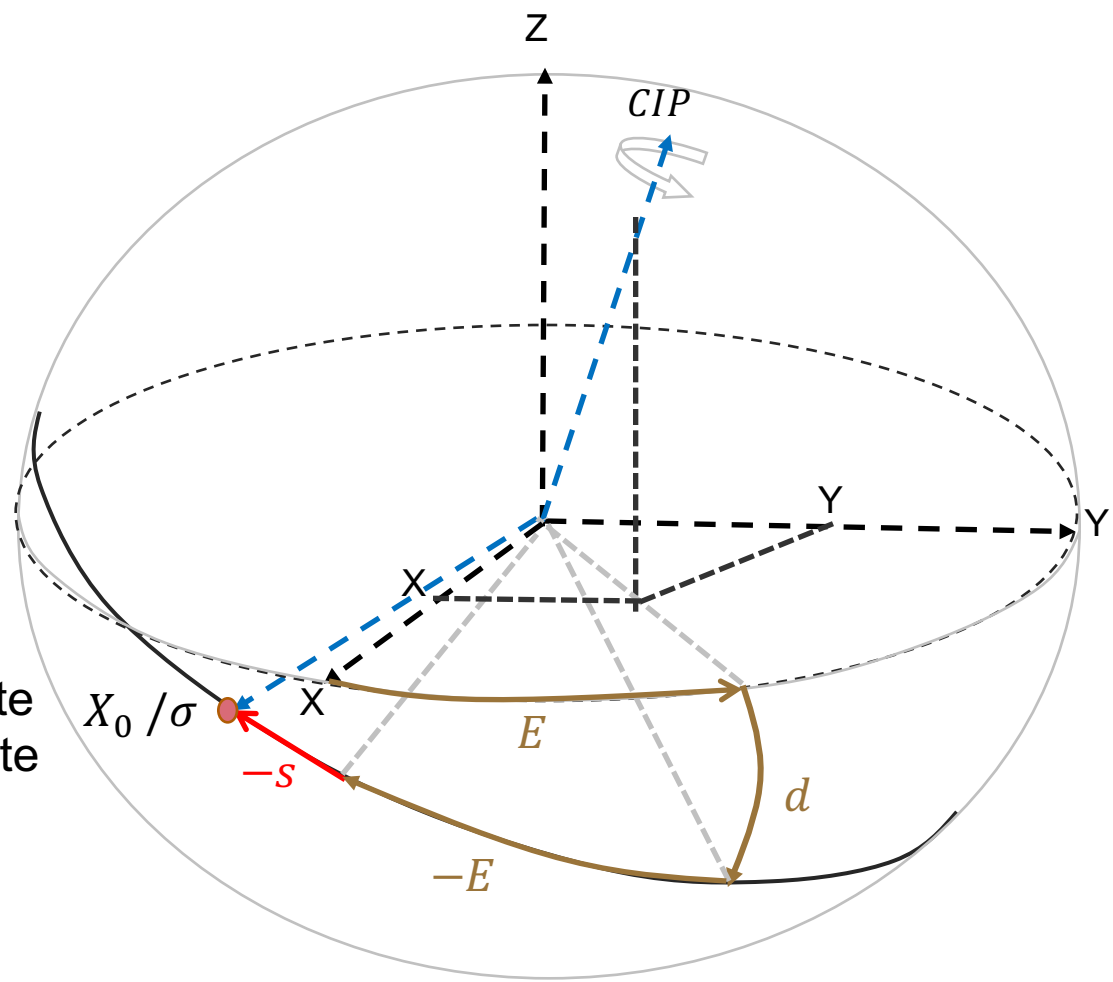
$$\begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix} = M\dot{M}^{-1}$$

$$m_2 = \frac{\omega_y}{\Omega}$$

$$m_1 = \frac{\omega_x}{\Omega}$$

Les coordonnées célestes X et Y du CIP

$X = cosE \cos d \qquad \mathrm{Y} = \mathrm{sinE} \cos \mathrm{d}$



Origine non-tournante
dans le repère céleste

I-Introduction

II- Principe de la modélisation cinématique et géométrique de la rotation terrestre [IERS Conv Chap 5]

III-Les paramètres de rotation de la Terre et leur partie modélisée [IERS Conv Chap 5/8]

IV- Calcul pratique de la transformation de coordonnées

Les paramètres de rotation de la Terre

- Définition: ce sont les angles des rotations résiduelles à appliquer à la partie « régulière » de la transformation M pour en obtenir la totalité

$$M_{régulier} = R_3(s') \quad \underbrace{\mathrm{R}_3(\Omega\,(\mathrm{t} - t_0))}_{\text{rotation diurne uniforme}} \quad R_3(-s) \quad \underbrace{PN(X,Y)}_{\text{prec−nutation modélisée}}$$

R_3 : Rotation autour de l'axe céleste intermédiaire

$$M_{total} = \boldsymbol{R_2}\,(-\boldsymbol{x_p})\boldsymbol{R_1}(-\boldsymbol{y_p})R_3(s')\,\mathrm{R}_3(\Omega\,(\mathbf{UT1} - \mathbf{t} + \mathrm{t} - t_0))R_3(-s)PN(X + \boldsymbol{dX}, Y + \boldsymbol{dY})$$

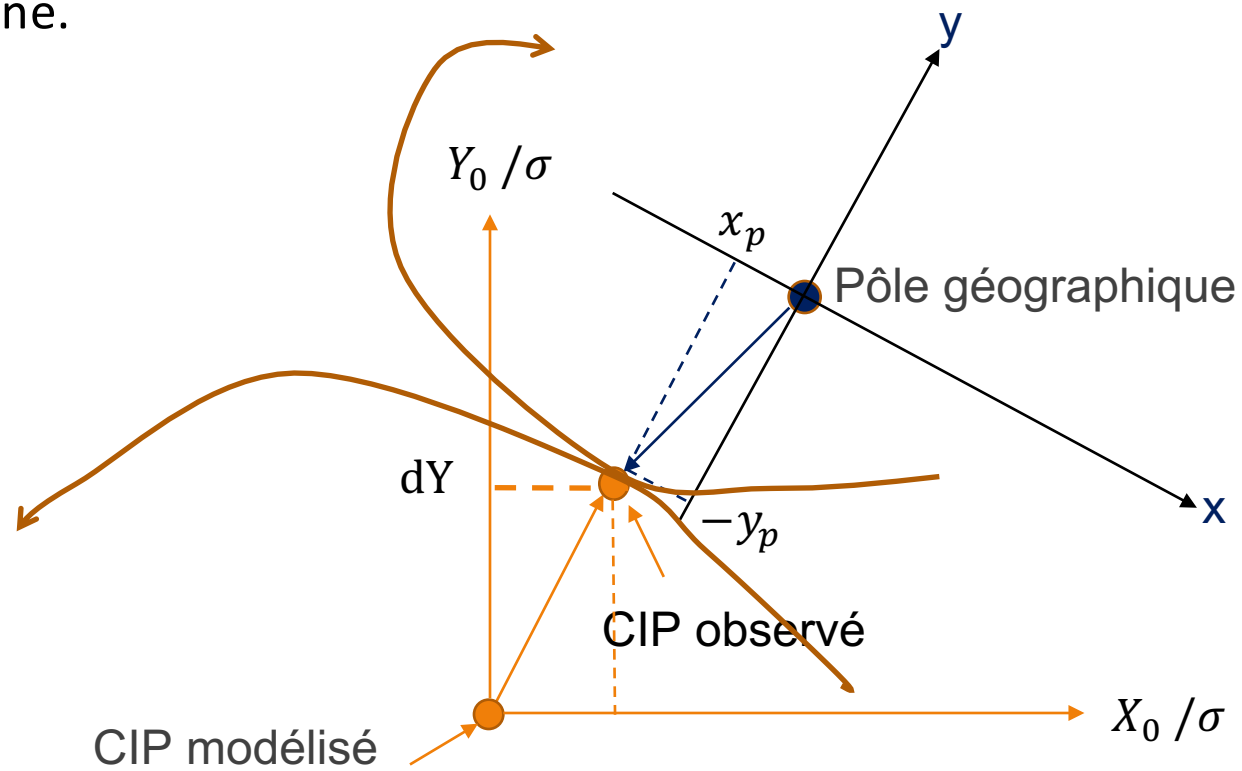
- **Partie régulière : 99.9999% de la transformation !**

- Résidu angulaire de 0.00001% = 10^{-7} rad ~ 0,2'' décrit par les 5 paramètres de rotation:
  1. $\boldsymbol{x_p}, \boldsymbol{y_p}$ coordonnées terrestre du CIP ou coordonnées du pôle < 0.300''
  2. $\mathbf{UT1} - \mathbf{t}$ irrégularité du temps de rotation terrestre < 0.02 s
  3. $\boldsymbol{dX}, \boldsymbol{dY}$ correction sur les coordonnées célestes du CIP < 0.001''

Séparation des oscillations célestes et terrestres du CIP

$\mathbf{dX + i\,dY = (x_p - i\,y_p)\,e^{i\theta}}$ avec $\boldsymbol{\theta(t) = \Omega(t - t_0) + \Delta\theta(t)}$

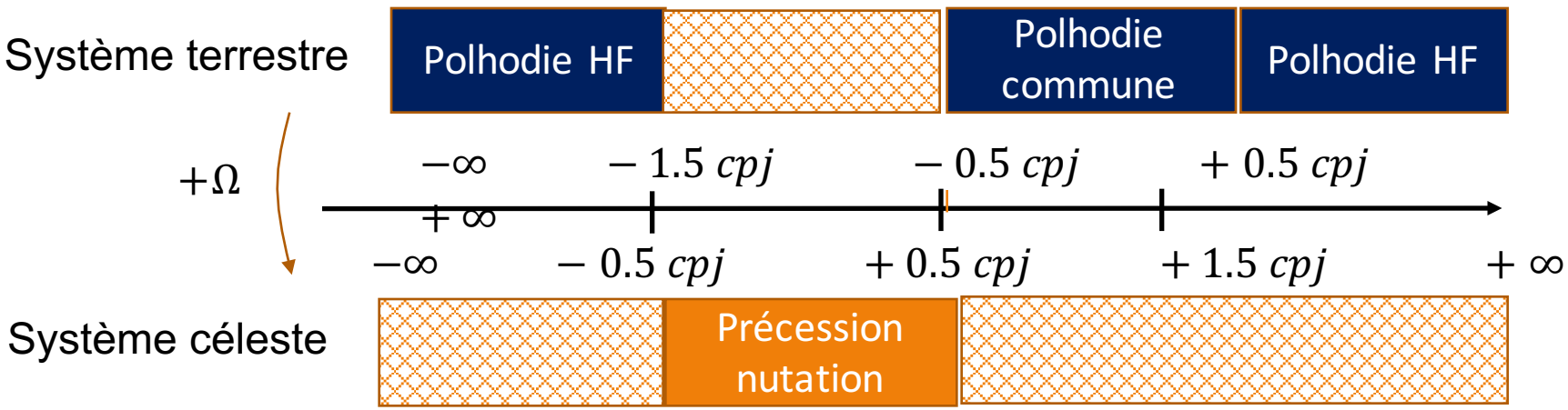
En l'absence de contrainte sur les oscillations célestes et terrestres du CIP, une nutation de période > 2 j est un mouvement du pôle rétrograde diurne.
Inversement une oscillation $(x_p - i\,y_p)$ de période T> 2 j est une nutation prograde quasi-diurne.



Projection sur le plan céleste intermédiaire $X_0 Y_0$ ~ Equateur géographique

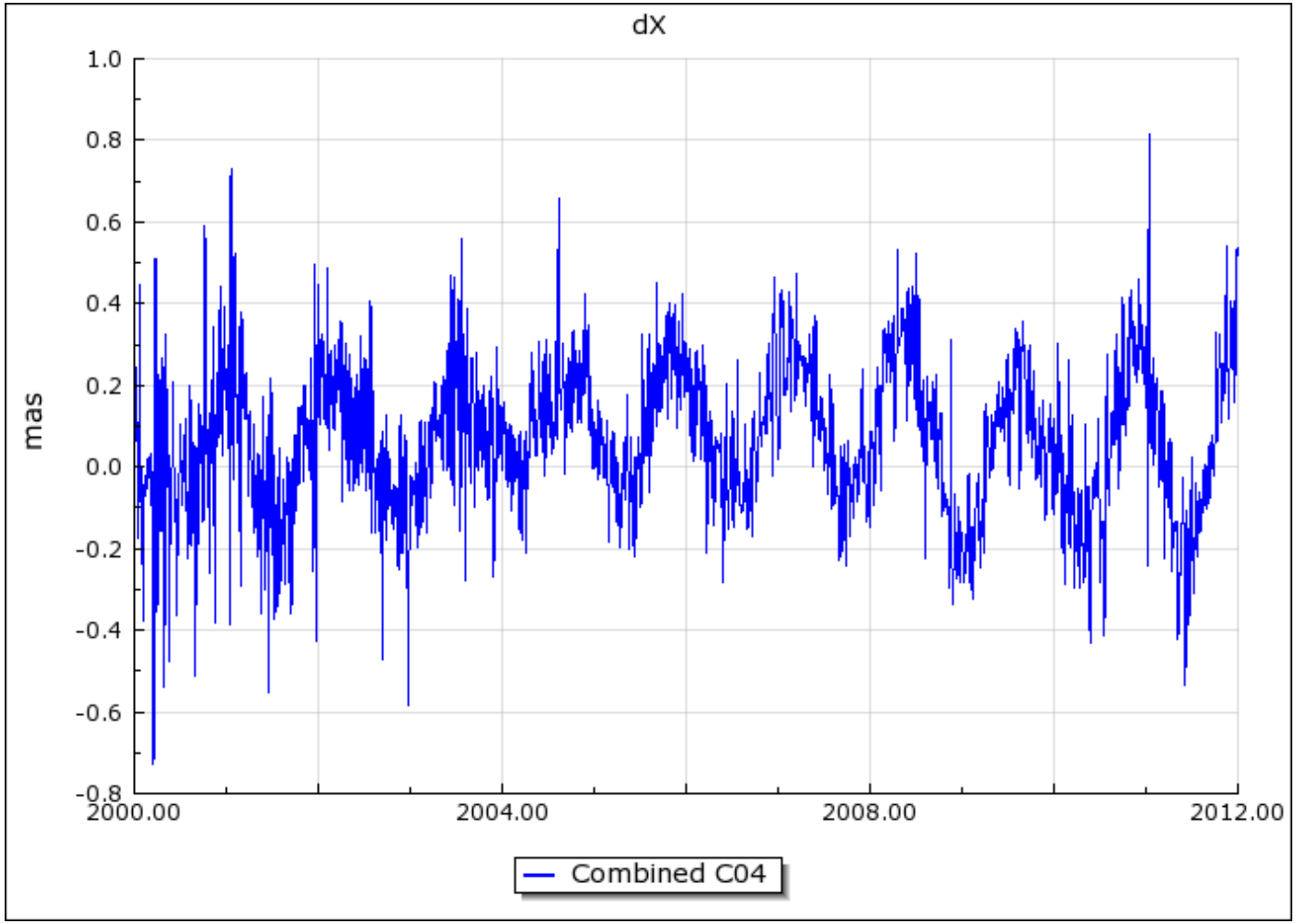
Séparation des oscillations célestes et terrestres du CIP

Par définition le mouvement du pôle du CIP contient toutes les fréquences à l'exclusion de $[-1.5\ cp, -0.5\ cpj]$. Ainsi $(\mathrm{dX}, \mathrm{dY})\ et\ (\mathrm{x_p}, \mathrm{y_p})$ ne se recoupent pas.



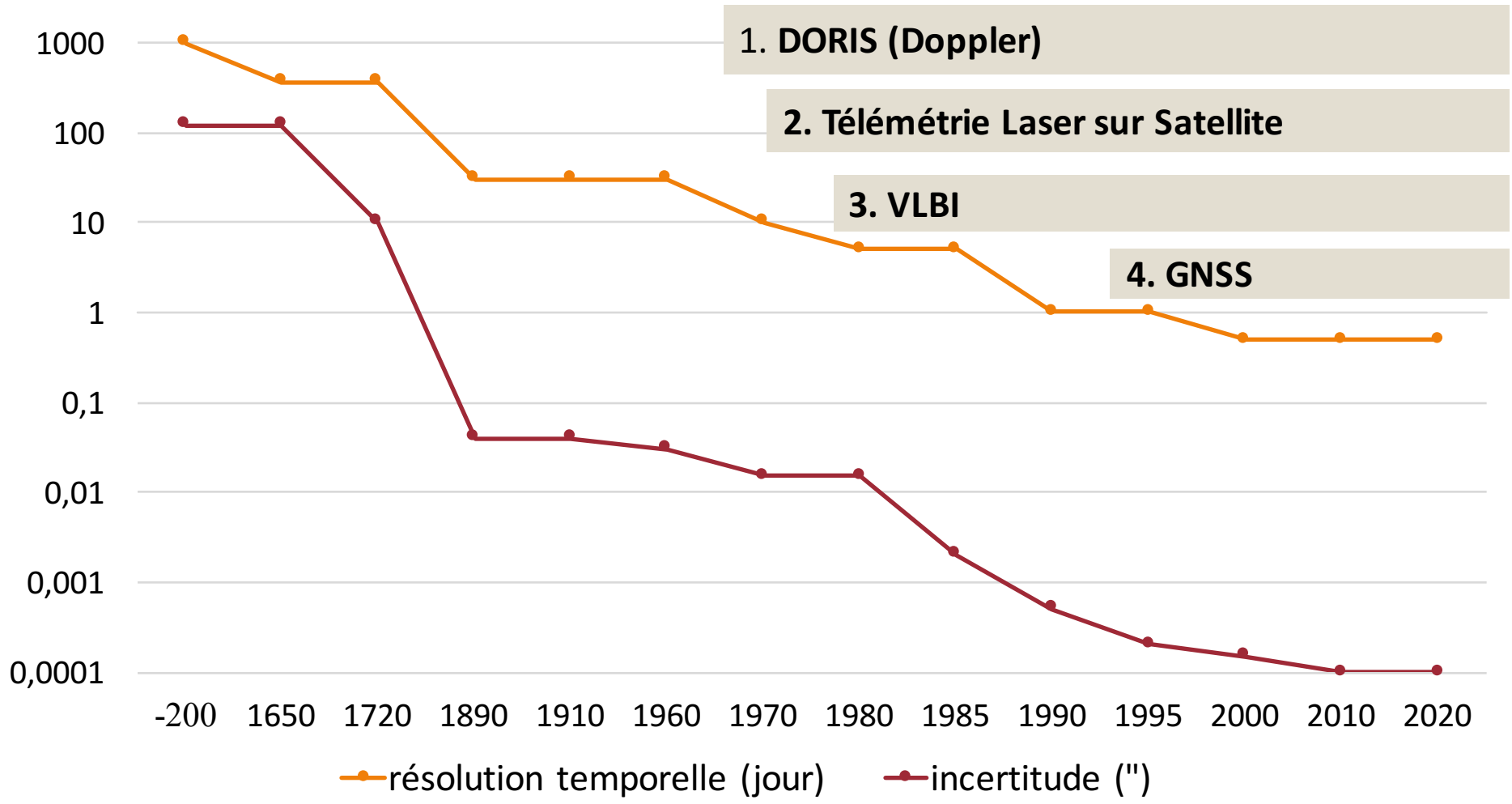
Correction de nutation ou écarts au pôle céleste

C'est essentiellement la « nutation libre du noyau » en 430 j

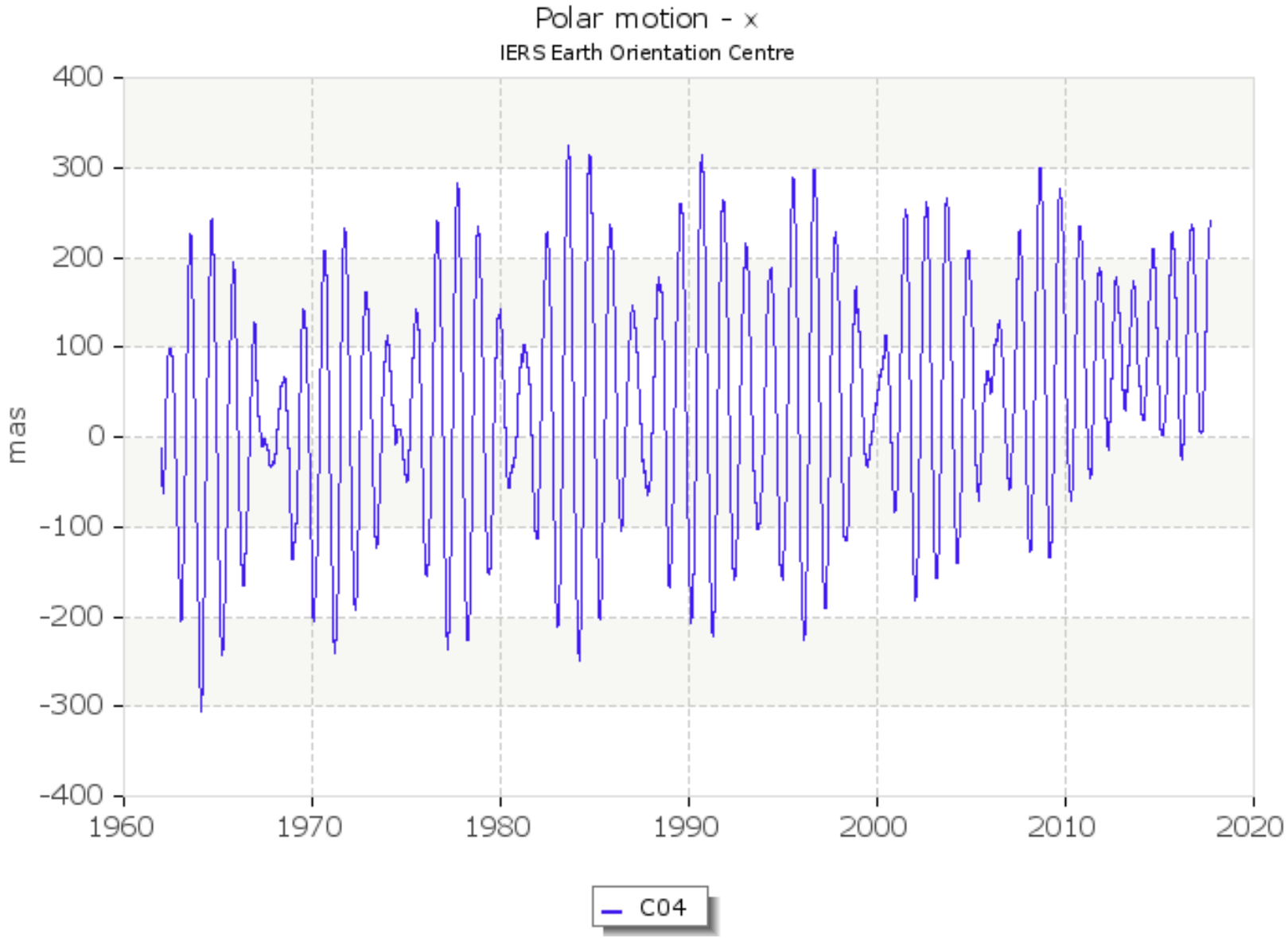


Correction de nutation dX

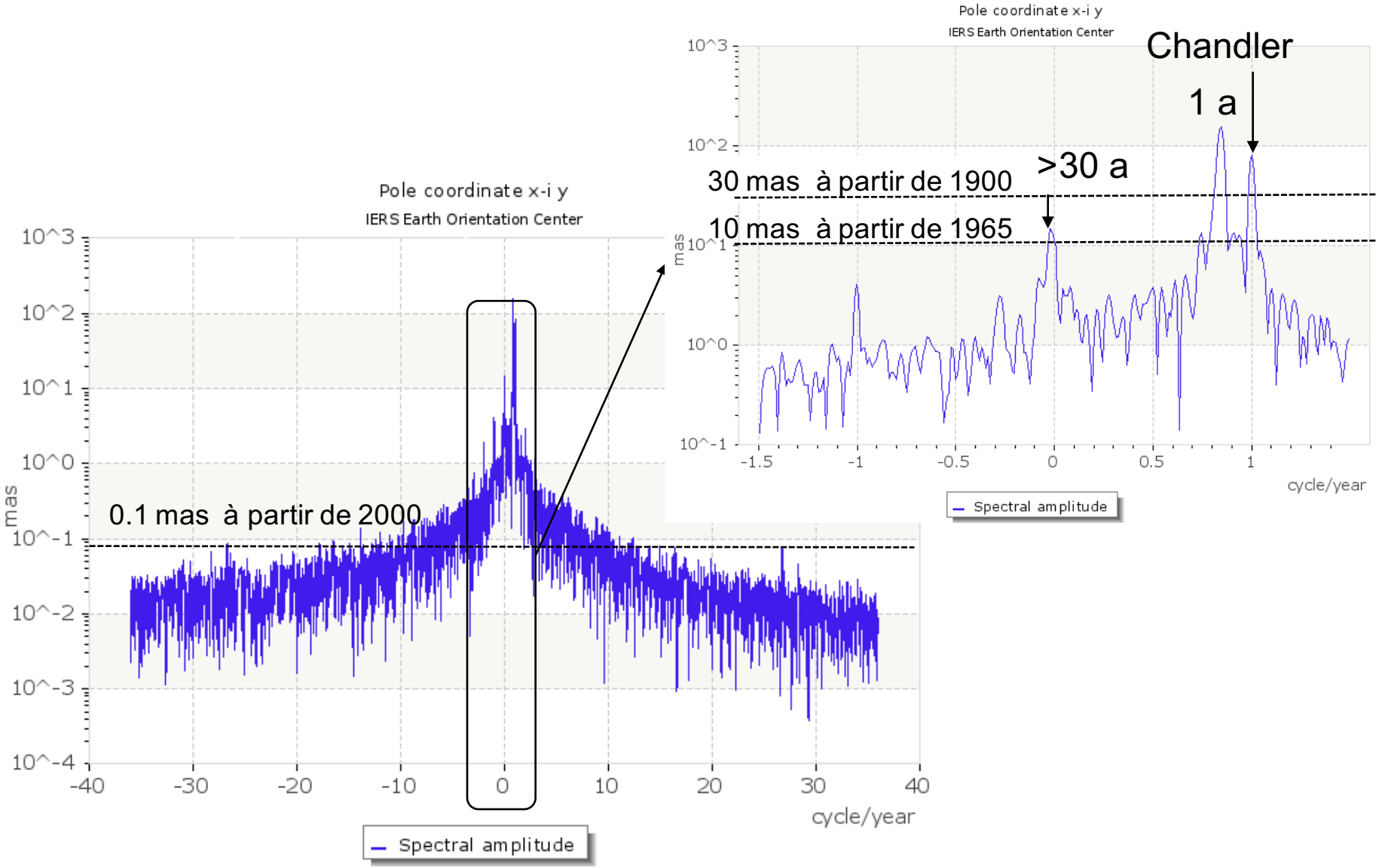
Précision et résolution temporelle des PRT



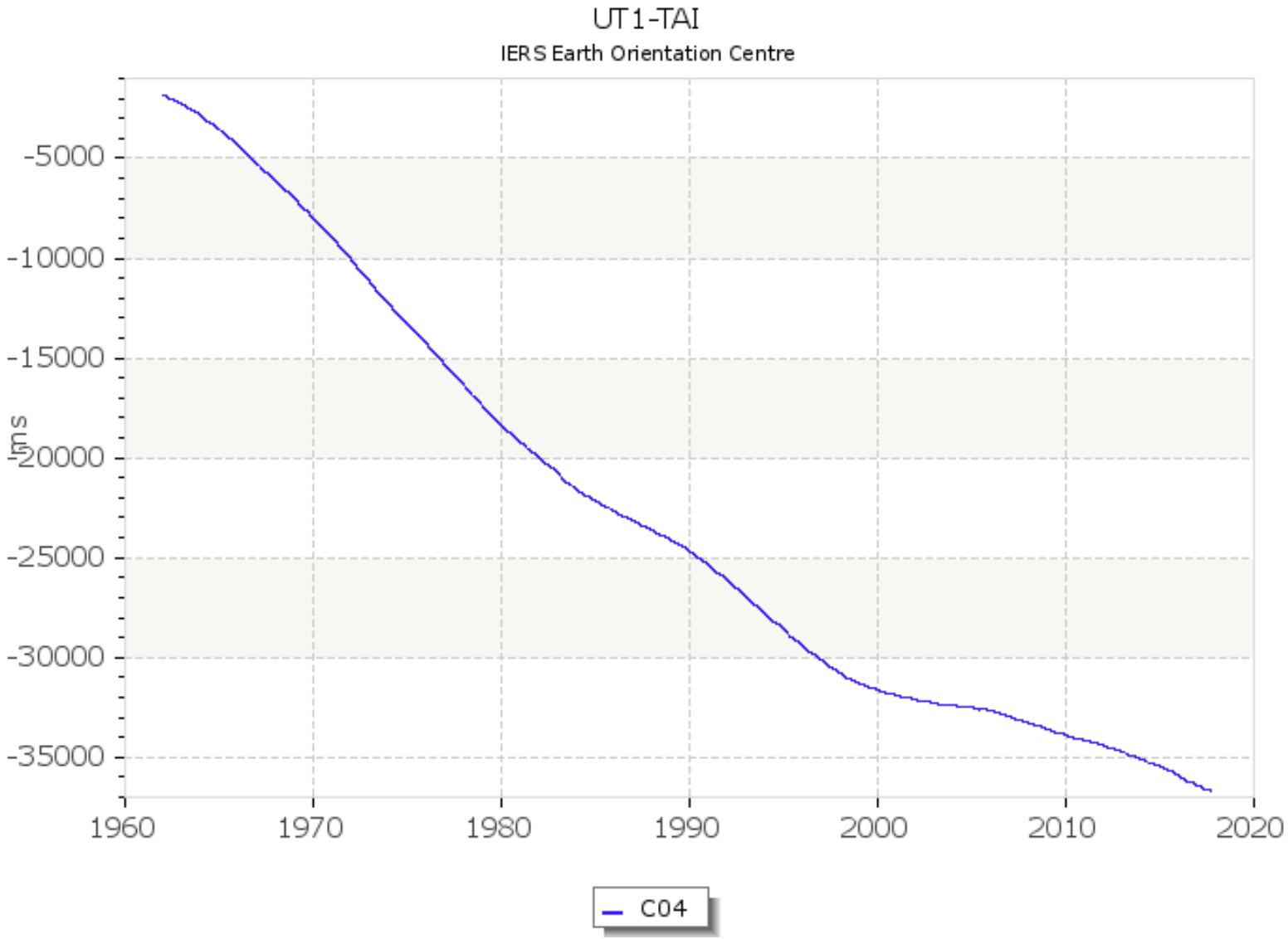
Coordonnées du pôle



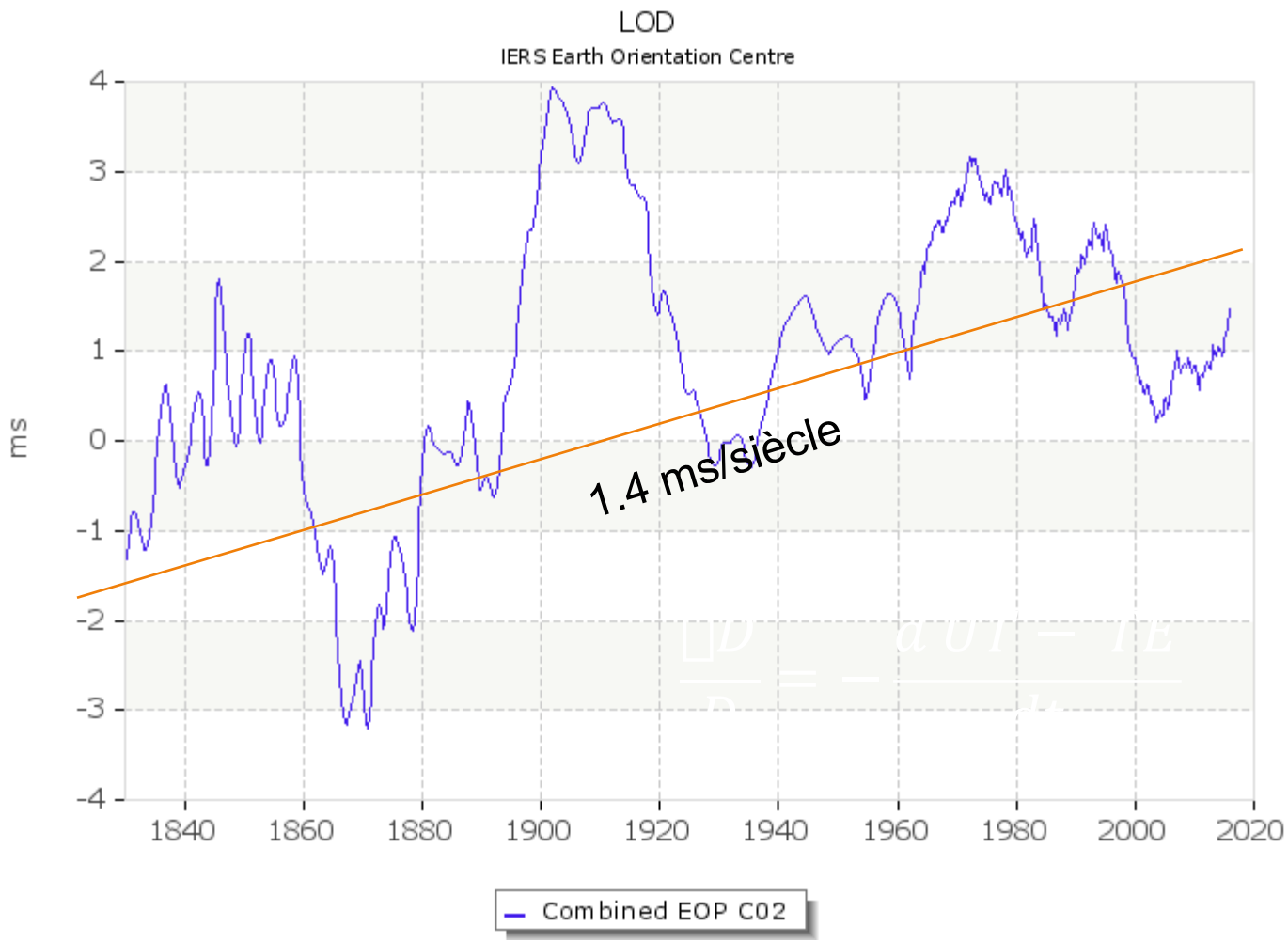
Historique spectral des coordonnées du pôle



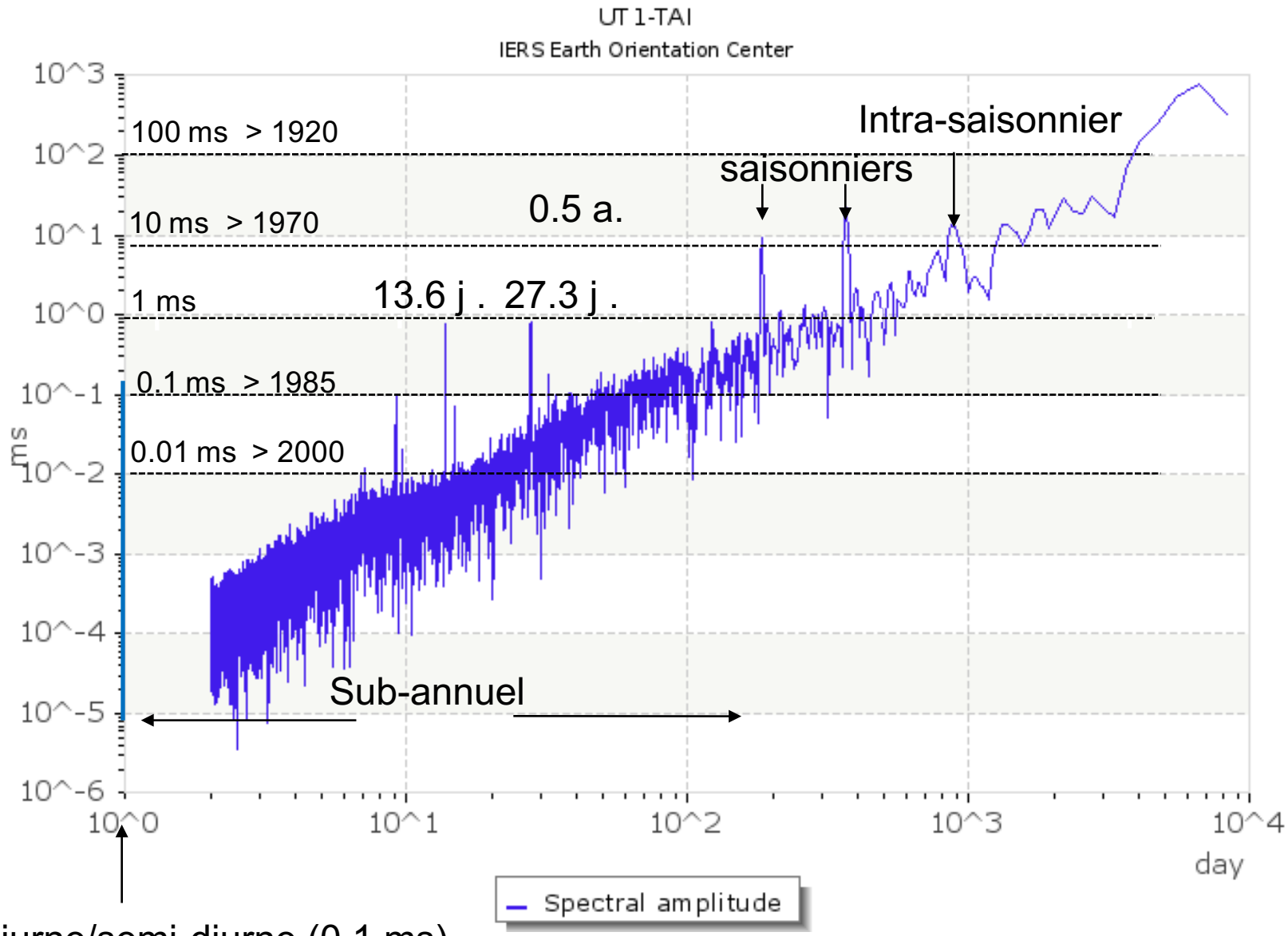
UT1 – TAI 1956-2018



Variations correspondantes de la durée du jour



« Historique spectral » de UT1



diurne/semi-diurne (0.1 ms)

Paramètres de rotation « cinématiques »

- La théorie dynamique est construite avec $\vec{\omega}$. La comparaison théorie/observation **nécessite** de reconstituer $\vec{\omega}$.

- Les techniques satellitaires donnent accès à $\dot{x}_\mathrm{p}, \dot{y}_\mathrm{p}$ et ω_z avec une résolution temporelle d'au plus 1 h, mais une précision dégradée.

- Les relations cinématiques établissent le lien entre les paramètres de la transformation géométriques et les composantes du vecteur instantané de rotation

$$\vec{\omega} = \Omega(m_1, m_2, 1 + m_3) \qquad \mathrm{m} = \mathrm{m}_1 + \mathrm{i}\,\mathrm{m}_2 \qquad \mathrm{p} = \mathrm{x}_\mathrm{p} - \mathrm{i}\,\mathrm{y}_\mathrm{p}$$

$$\|\vec{\omega}\| = \Omega(\,1 + m_3) + O(m^2) \cong \omega_z$$

On démontre alors que la contribution de p à m est $\mathrm{m} = \mathrm{p} - \mathrm{i}\frac{\dot{p}}{\Omega}$

Dans le domaine des fréquences $\delta m(\sigma) = p(\sigma)\left(1 + \frac{\sigma}{\Omega}\right)$.

Pour les pulsations $\boldsymbol{\sigma \ll \Omega}$ (mouvement du pôle > 10 jours) $\mathbf{m}(\boldsymbol{t}) \cong \mathbf{p}(\boldsymbol{t})$

Pour les pulsations $\boldsymbol{\sigma \sim \Omega}$ $\mathbf{m}(\boldsymbol{t}) \neq \mathbf{p}(\boldsymbol{t})$

Ecart à la durée du jour

- Durée du jour sidéral : $D_{sid} = \frac{2\,\pi}{\omega_z}$
- Durée du jour solaire moyen : $\mathrm{D} = \mathrm{k}\,\frac{2\,\pi}{\omega_z}$ *avec k*=1.002 737 909 350 795
- Valeur nominale de D : $\mathrm{D}_0 = \mathrm{k}\,\frac{2\,\pi}{\Omega}$ *= 86400 s TAI*
  avec $\Omega = 7.292\,115\,146\,706\,980\,10^{-5}$ rad/s

- *Ecart à la durée du jour (appelé erronément «excess»):*

$$\Delta\mathrm{D} = \mathrm{D} - \mathrm{D}_0 = \mathrm{k}\,\frac{2\,\pi}{\omega_z} - \mathrm{k}\,\frac{2\,\pi}{\Omega} = \mathrm{k}\frac{2\,\pi}{\Omega(1+m_3)} - \mathrm{k}\,\frac{2\,\pi}{\Omega} = -\mathrm{k}\frac{2\,\pi}{\Omega}m_3 + O(m_3^2)$$

$$\rightarrow \boxed{\Delta\mathrm{D} = -\mathrm{D}_0 m_3}$$

Comme $\theta(t) = \Omega\,(t - \mathrm{t}_0 + \mathrm{UT1} - \mathrm{t})$

$$\|\vec{\omega}\| = \omega_z = \frac{d\theta}{dt} = \Omega + \Omega\frac{d(UT1-t)}{dt} \rightarrow \frac{d(UT1-t)}{dt} = \frac{\omega_z - \Omega}{\Omega} = m_3 = -\frac{\Delta D}{D_0}$$

$$\boxed{\frac{\Delta D}{D_0} = -\frac{d(UT1-t)}{dt}}$$

"LOD" $= \Delta D = -\frac{d(UT1-t)}{dt}$ n'est vrai que si t est exprimé en j (1j= D_0)

Modèles de variations des PRT

En fait $\mathrm{x_p}, \mathrm{y_p}$ et $UT1$ ont une partie régulière faisant l'objet de modèles analytiques. C'est l'effet:

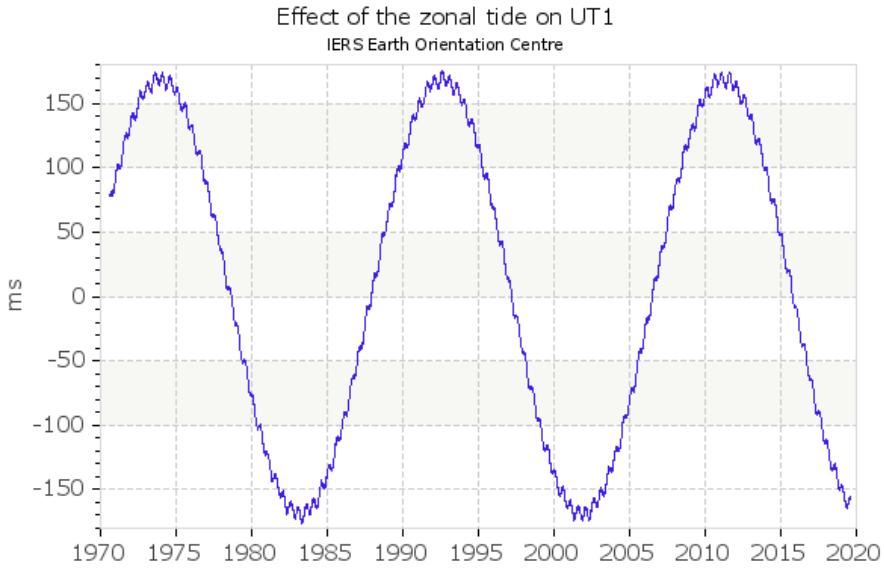
- des marées solides ou océaniques
- du moment de force luni-solaire sur la triaxialité

Modèles de variations des PRT au-delà de 2 jours

- Marées zonales → variations de UT1 de l'ordre de **0.15 s** (2'') faisant l'objet d'un modèle conventionnel [**Tab 8.1**]
  UT1/LOD corrigés des effets de marées zonales sont notés UT1R/LODR

- Deux modèles superflus pour le traitement des observations:
  - Effets des marées océaniques sur le mouvement du pôle (<200 µas) et son excitation [**Tab 8.4**]
  - Couplage luni-solaire triaxial→ oscillations du mouvement du pôle <30 µs [**Tab 5.1a, partie sup.**]

- L'ensemble de ces effets sont inclus dans les PRT



Modèles de variations des PRT < 2 jours

- Effets des marées océaniques diurnes et semi-diurnes

  → 0.5 mas sur x_p, y_p [Tab 8.2a / 8.2b]
  → 0.1 ms sur $UT1$ [Tab 8.3a / 8.3b]

- Effet luni-solaire sur la triaxialité:
  → oscillations diurnes de x_p, y_p (~ 10 µs) [Tab 5.1a, partie inf.]
  → librations semi-diurnes de $UT1$ (~ 2 µs)/LOD [Tab 5.1b]

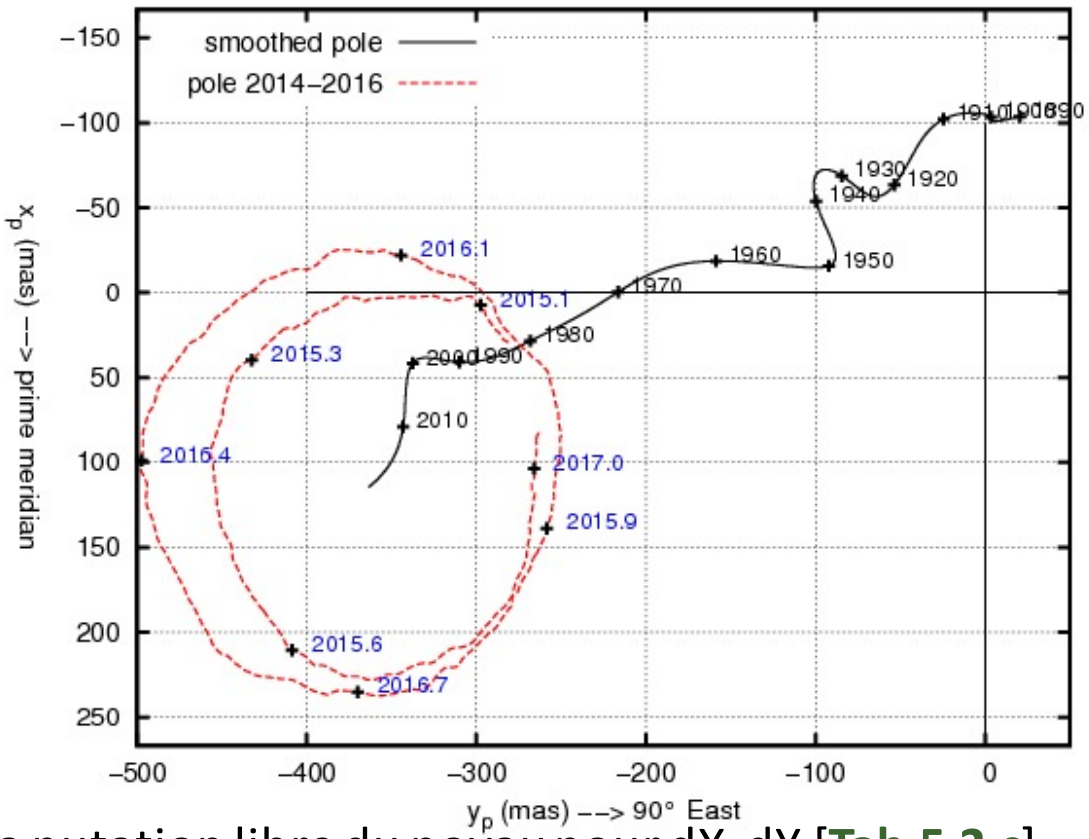
- Les séries $x_p, y_p, UT1, LOD$ données par l'IERS n'incluent pas ces effets et doivent être ajoutés

Modèles de variations des PRT empiriques

- Dérive séculaire du pôle:

$$x_p = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \cdots \qquad y_p = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + \cdots$$

[**Conv. 2010**, **Section 7.1.4**: **dérive cubique**], retour à un polynôme d'ordre 1 en 2017



- Modèle empirique de la nutation libre du noyau pour dX, dY [**Tab 5.2 c**]

I-Introduction

II- Principe de la modélisation cinématique et géométrique de la rotation terrestre [IERS Conv Chap 5]

III-Les paramètres de rotation de la Terre et leur partie modélisée [IERS Conv Chap 5/8]

IV- Calcul pratique de la transformation de coordonnées

Le calcul de la transformation de coordonnées

- Le développement analytique de la matrice

$$\mathbf{M} = R_2\left(-\boldsymbol{x_p}\right)R_1\left(-\boldsymbol{y_p}\right)R_3(s')\,\mathrm{R}_3\left(\Omega\left(\mathbf{UT1} - \mathbf{t} + \mathrm{t} - t_0\right)\right)R_3(-s)PN(X + \boldsymbol{dX}, Y + \boldsymbol{dY})$$

avec $t = UTC/UT1$ est trop long pour être codé. On effectue numériquement le produits des matrices élémentaires.

- Utilisation de librairies telle que SOFA: ardue pour un non spécialiste

Le calcul de la transformation de coordonnées

- Alternative du projet NERS (Network Earth Rotation Service). La matrice de rotation à tout instant passé, présent et futur peut être obtenue:

  - ✓ Sur requête
  - ✓ En installant un programme faisant le calcul localement avec les données rapatriées depuis un serveur de la NASA

  PRT officiels de l'IERS (C04/Bulletin A)

  Mise à jour toutes minutes des PRT en quasi temps réel (au mieux à 1 h près) sur la base des observations VLBI intensives et des prédictions atmosphériques

  Autres produits associés fournis par le NERS: angles d'Euler, dérivée de la matrice de rotation, bientôt le quaternion de rotation, etc…

Quaternion de rotation de la Terre

- En avant première (Bizouard & Petrov 2018): une transformation reflétant la symétrie par rapport au CIP

$$q = \frac{1}{\sqrt{2(1+Z)}} \left| \begin{array}{l} \cos\frac{\theta+s'-s}{2}\left(1+Z-\frac{y}{2}Y+\frac{x}{2}X\right)+\sin\frac{\theta+s'-s}{2}\left(\frac{y}{2}X+\frac{x}{2}Y\right) \\ \cos\frac{\theta+s'-s}{2}\left(-Y-\frac{y}{2}(1+Z)\right)+\sin\frac{\theta+s'-s}{2}\left(X+\frac{x}{2}(1+Z)\right) \\ \cos\frac{\theta+s'-s}{2}\left(X-\frac{x}{2}(1+Z)\right)+\sin\frac{\theta+s'-s}{2}\left(Y-\frac{y}{2}(1+Z)\right) \\ \cos\frac{\theta+s'-s}{2}\left(\frac{y}{2}X+\frac{x}{2}Y\right)+\sin\frac{\theta+s'-s}{2}\left(1+Z+\frac{y}{2}Y-\frac{x}{2}X\right) \end{array} \right.$$

Conclusion

- Description conventionnelle de la rotation terrestre: on sépare la partie régulière f(t) de la partie « irrégulière » donnée par 5 paramètres de rotation de la Terre $(x, y, UT1 - TAI, dX, dY)$ et leur dérivées. Elle s'articule autour d'un pseudo-axe de rotation, le CIP, déterminé par la précession-nutation de l'axe de figure > 2 j.

- Le CIP opère dans la position du pôle géographique nord une séparation entre les oscillations célestes d'origine essentiellement gravitationnelles (la *précession-nutation*) et ses oscillations terrestres essentiellement d'origine géophysique (*coordonnées du pôle*)

- En fait une partie des variations de $x, y, UT1 - TAI$ sont régulières (effets des marées) et font l'objet de modèles conventionnelles IERS.

- Programmation ardue. Alternative de la transformation de coordonnées « clés en main » (projet NERS).